

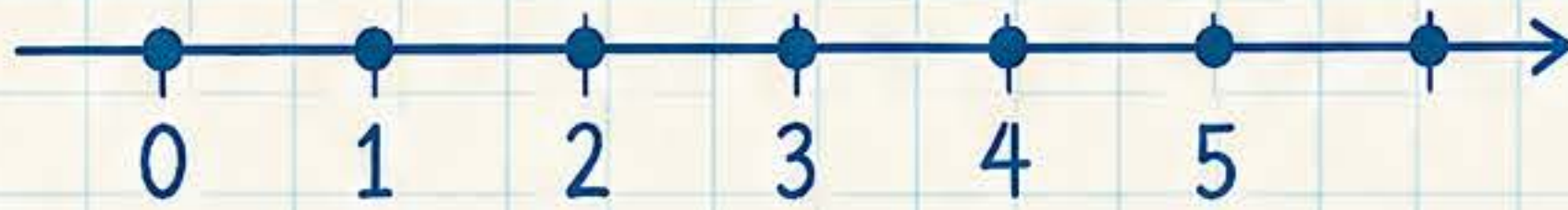
LOS NÚMEROS NATURALES

Operaciones, propiedades y jerarquía.

1 ¿QUÉ SON?

Los números naturales se utilizan para contar:
0, 1, 2, 3, 4...

Cada número es un paso.



2 OPERACIONES

Suma: $24 + 16 = 40$.

Resta: $53 - 18 = 35$.

Multiplicación: $7 \times 8 = 56$.

División: $48 \div 6 = 8$.

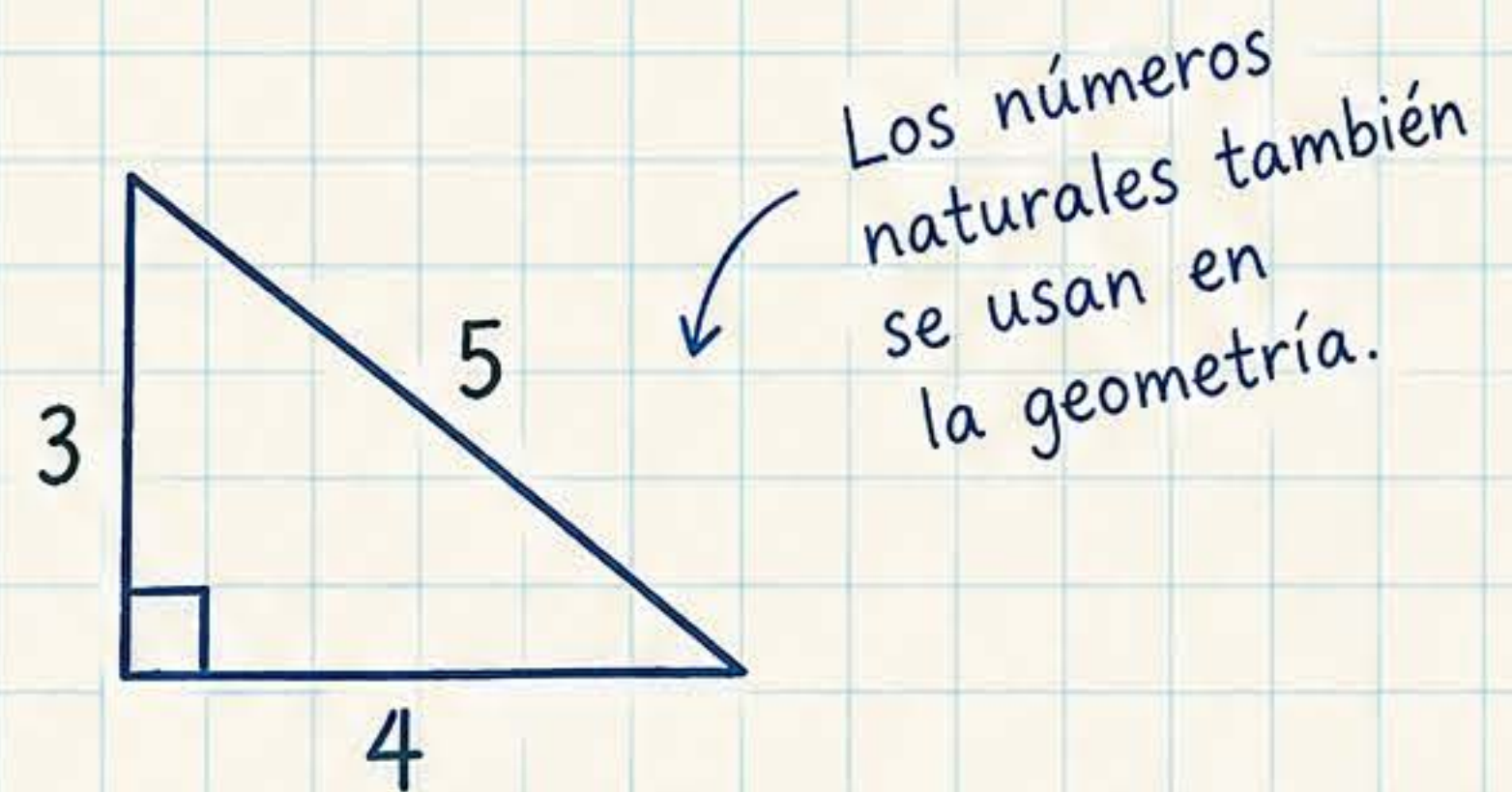


3 PROPIEDADES

Conmutativa: $3 + 5 = 5 + 3$.

Distributiva: $3 \times (4 + 2) = 3 \times 4 + 3 \times 2 = 18$.

$$3 \times (4 + 2) = 3 \times 4 + 3 \times 2 = 12 + 6 = 18$$



Los números naturales también se usan en la geometría.

4 JERARQUÍA

De mayor a menor prioridad

- 1.º Paréntesis.
- 2.º Potencias y raíces.
- 3.º Multiplicaciones y divisiones.
- 4.º Sumas y restas.

$$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

A igual prioridad, de izquierda a derecha.

5 EJEMPLO RESUELTO

$$6 + 3 \times (8 - 4) =$$

$$= 6 + 3 \times 4 =$$

$$= 6 + 12 =$$

$$= 18.$$

Primero paréntesis, luego multiplicación y por último suma.

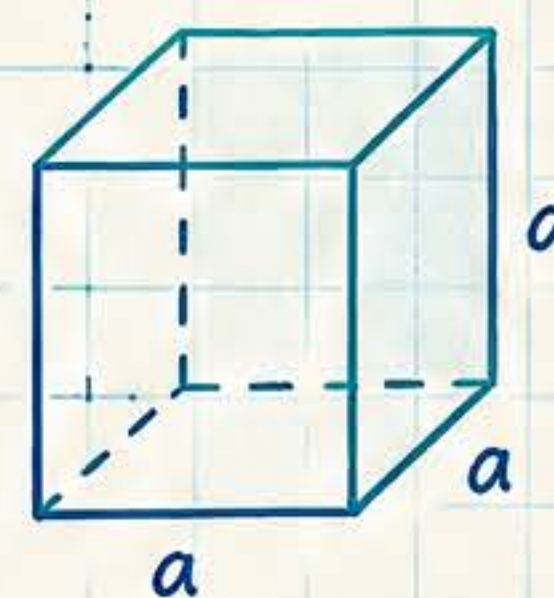
6 REPASO

$$24 \div 6 + 5 \times 2 =$$

$$= 4 + 10 =$$

$$= 14.$$

Primero divisiones y multiplicaciones (de izquierda a derecha), luego sumas.



En los números naturales también aparecen medidas y figuras.

$$12 + 8 = 20$$

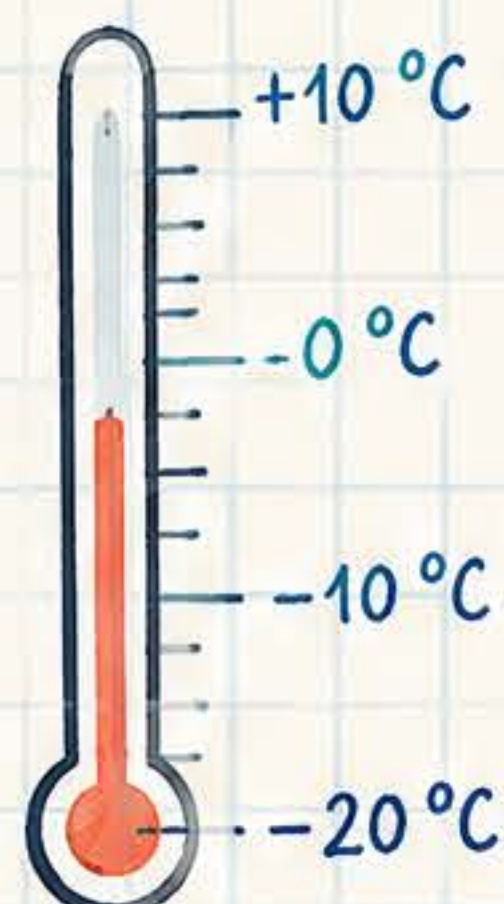
$$20 - 5 = 15$$

NÚMEROS ENTEROS

Positivos, negativos y operaciones.

1 ¿QUÉ SON?

Incluyen negativos, cero y positivos: ..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3...

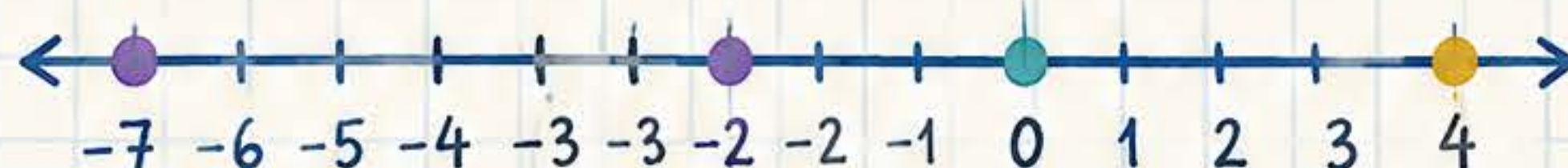


Los números negativos también representan temperaturas bajo cero.

2 ORDEN

$$-7 < -2 < 0 < 4.$$

En la recta, el número situado más a la derecha es mayor.



Más a la derecha → mayor.

3 SUMA

$$(-5) + (-3) = -8.$$

$$(-7) + 10 = 3.$$

$$\begin{array}{r} -5 \\ -3 \\ \hline -8 \end{array} \quad \begin{array}{r} -7 \\ +10 \\ \hline 3 \end{array}$$

4 RESTA

$$4 - (-6) = 4 + 6 = 10.$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline 10 \end{array}$$

Restar un número negativo es lo mismo que sumar su opuesto.

5 PRODUCTOS

Signos iguales: positivo.

Signos diferentes: negativo.

$$(-4) \times (-3) = 12.$$

×	+	-
+	+	-
-	-	+

Regla de los signos en la multiplicación.

$$(-4) \times (-3) = 12$$

(mismo signo)

$$(-5) \times 6 = -30$$

(signos diferentes)

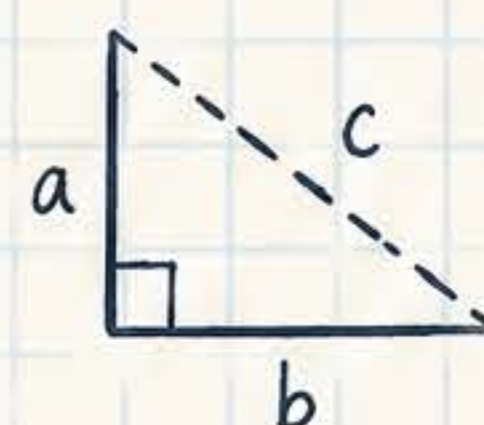
6 EJEMPLO RESUELTO

$$-8 + 3 \times (-2) = -8 - 6 = -14.$$

$$3 \times (-2) = -6$$

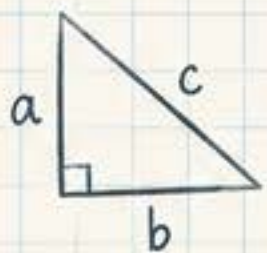
$$\begin{array}{r} -8 \\ -6 \\ \hline -14 \end{array}$$

* Primero se resuelven las multiplicaciones y después las sumas y restas.



$$a^2 + b^2 = c^2$$





DIVISIBILIDAD

Múltiplos, divisores, MCD y mcm.

$$3^2 = 9$$



1 MÚLTIPLOS

Múltiplos de 4:

0, 4, 8, 12, 16, 20...

$$\begin{aligned} 4 \times 0 &= 0 \\ 4 \times 1 &= 4 \\ 4 \times 2 &= 8 \\ 4 \times 3 &= 12 \\ &\dots \end{aligned}$$

2 DIVISORES

Divisores positivos de 12:

1, 2, 3, 4, 6 y 12.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

3 CRITERIOS

- Por 2: última cifra par.
- Por 3: suma de cifras múltiplo de 3.
- Por 5: termina en 0 o 5.
- Por 10: termina en 0.

Ejemplo:

732

↓ ↓ ↓

$$7 + 3 + 2 = 12$$

12 es múltiplo de 3

4 NÚMEROS PRIMOS

Tienen exactamente dos divisores positivos: 1 y ellos mismos.

Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 11.

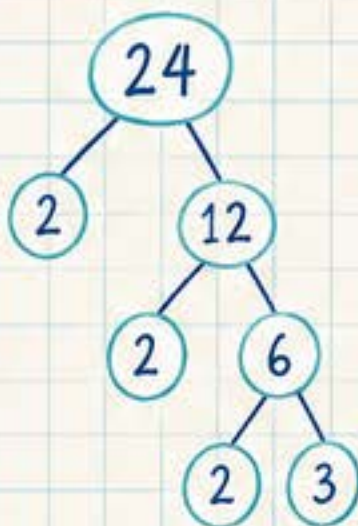
2 3 5 7 11

5 MCD RESUELTO

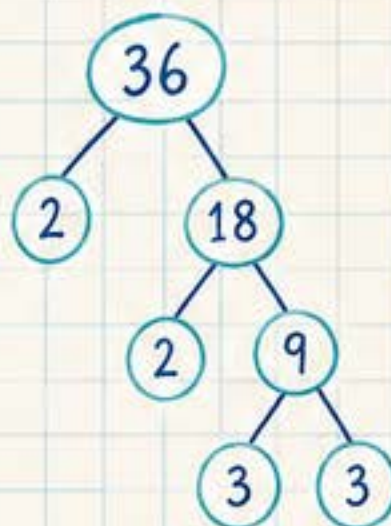
$$24 = 2^3 \times 3.$$

$$36 = 2^2 \times 3^2.$$

$$\text{MCD}(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12.$$



$$24 = 2^3 \times 3$$



$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Factores primos comunes con el menor exponente:

$$\text{MCD} = 2^2 \times 3 = 12$$

6 mcm RESUELTO

$$\text{mcm}(24, 36) = 2^3 \times 3^2 = 72.$$

Factores primos con el mayor exponente:

$$\text{mcm} = 2^3 \times 3^2 = 72$$

Comparación

$$\begin{aligned} \text{MCD} \\ 2^2 \times 3 \\ = 4 \times 3 \\ = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{mcm} \\ 2^3 \times 3^2 \\ = 8 \times 9 \\ = 72 \end{aligned}$$

El mcm siempre es mayor o igual que el MCD.



POTENCIAS Y RAÍCES

Bases, exponentes y cuadrados perfectos.

1 POTENCIAS

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16.$$

Base: 2.

Exponente: 4.

Exponente
4
Base
2

3 COCIENTE

$$5^4 \div 5^2 = 5^2 = 25.$$

$$\begin{aligned} 5^4 \div 5^2 &= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} \\ &= 5 \times 5 \\ &= 5^2 = 25. \end{aligned}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

5 RAÍZ CUADRADA

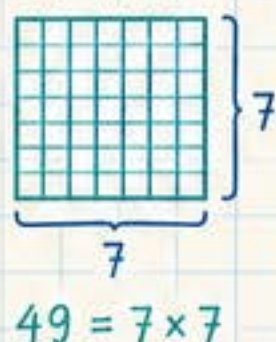
$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49.$$

$$\sqrt{81} = 9.$$

$$\sqrt{49}$$

$$= 7$$

$$7^2 = 49$$



$$\sqrt{81}$$

$$= 9$$

$$9^2 = 81$$



2 PRODUCTO

$$2^3 \times 2^2 = 2^5 = 32.$$

$$\begin{aligned} 2^3 \times 2^2 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^5 \\ &= 32. \end{aligned}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2^3 \times 2^2 = 2^5$$

3 + 2 = 5

4 POTENCIA DE POTENCIA

$$(3^2)^3 = 3^6 = 729.$$

$$(3^2)^3$$

$$= 3^2 \times 3^2 \times 3^2$$

$$= 3^6$$

$$= 729.$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$3^6$$

Base

6 EJEMPLO RESUELTO

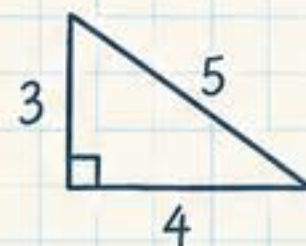
$$3^2 + \sqrt{64} \times 2 = 9 + 8 \times 2 = 25.$$

$$3^2 = 9$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$9 + 16 = 25.$$

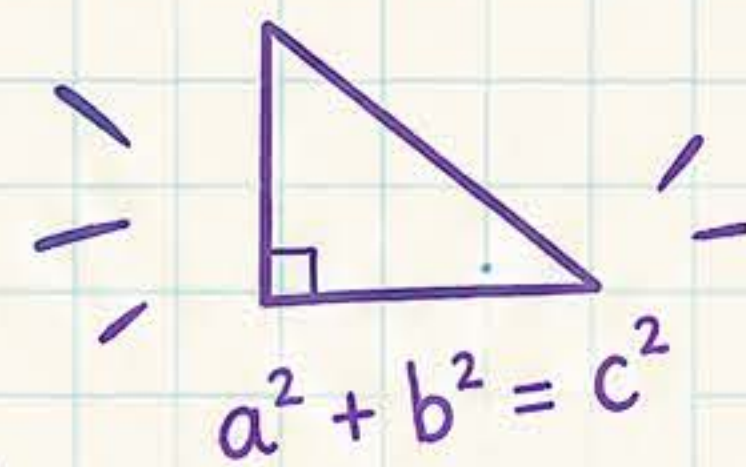


Los cuadrados perfectos son los que se obtienen al elevar un número al cuadrado.

$$\frac{1}{2}$$

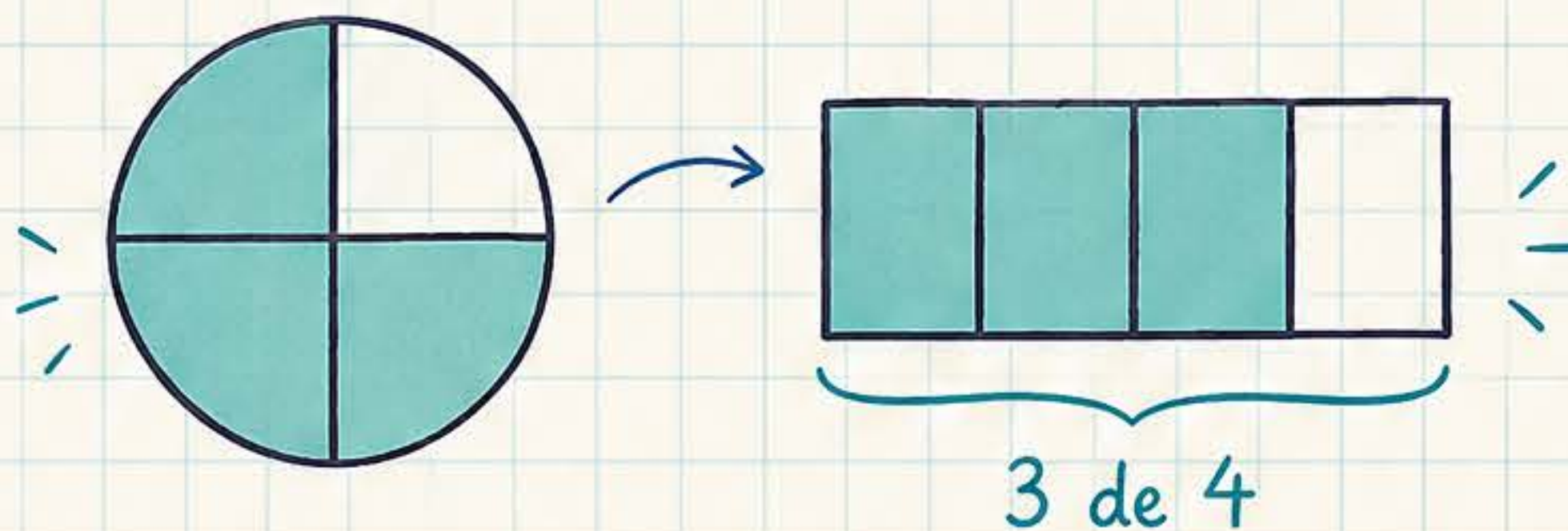
FRACCIONES

Representación, equivalencia y operaciones.



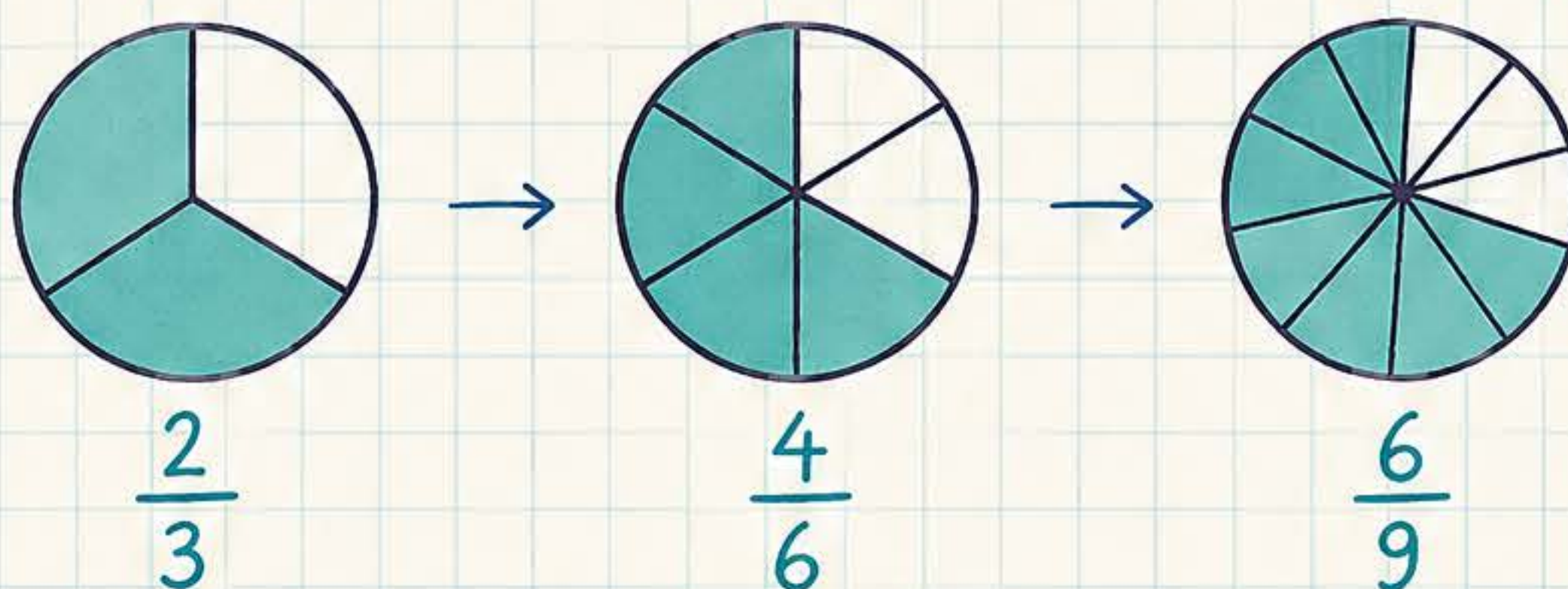
1 ¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN?

$\frac{3}{4}$ → representa tres de cuatro partes iguales.



2 EQUIVALENTES

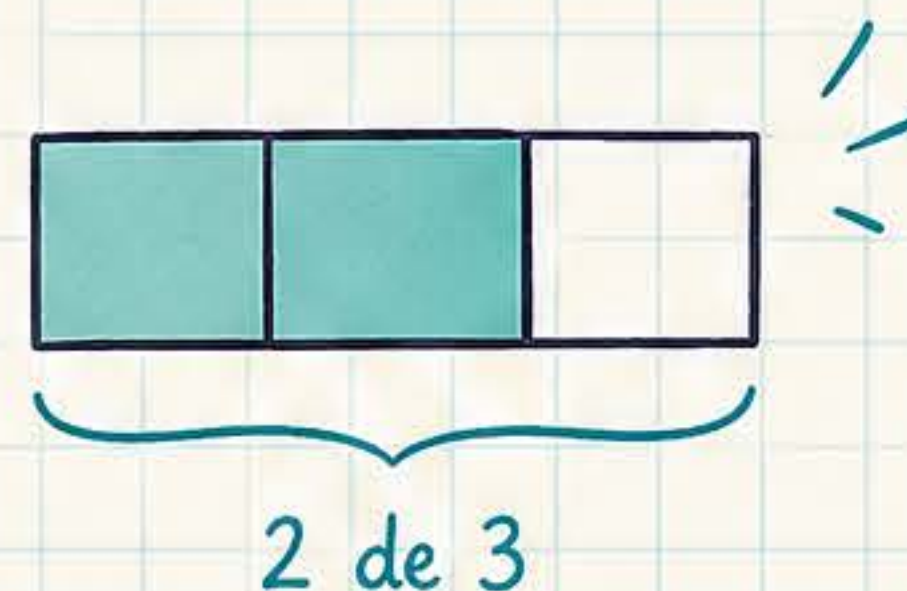
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$



3 SIMPLIFICACIÓN

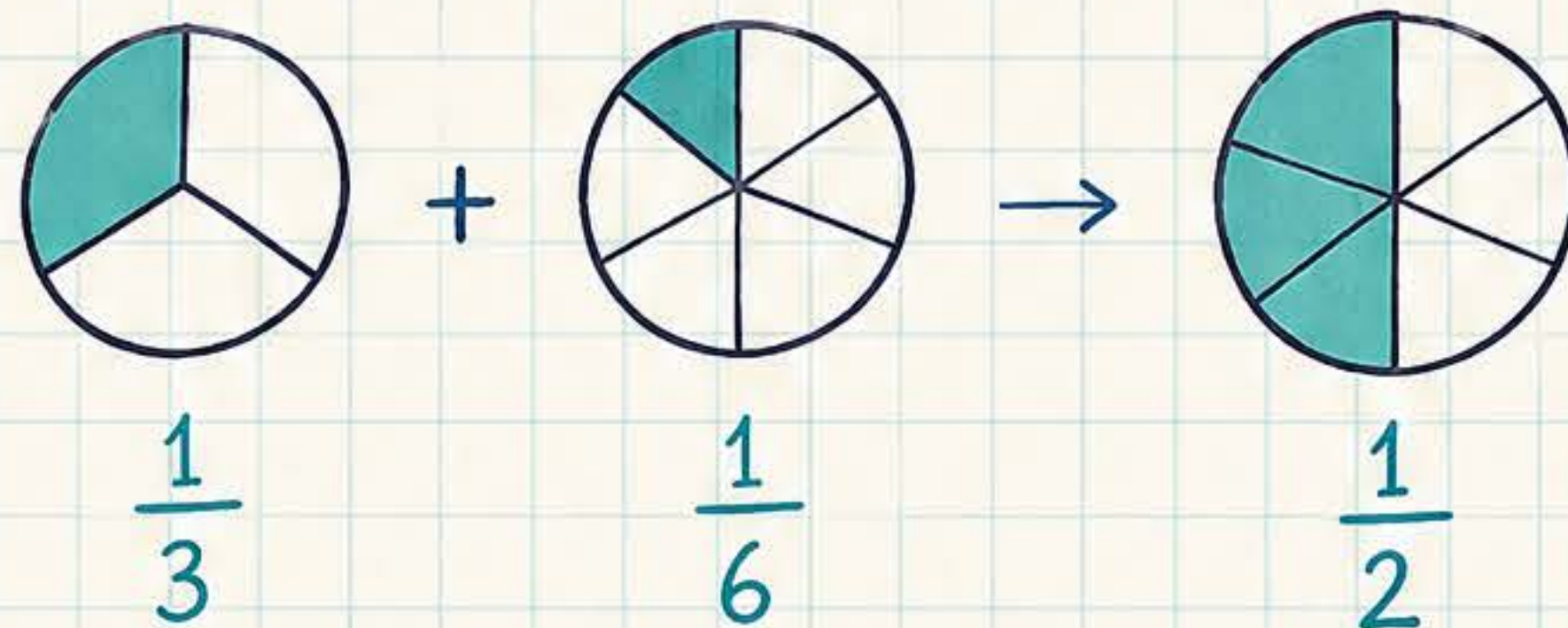
$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}, \text{ dividiendo numerador y denominador entre 6.}$$

$$\frac{12 : 6 = 2}{18 : 6 = 3} \rightarrow \frac{2}{3}$$



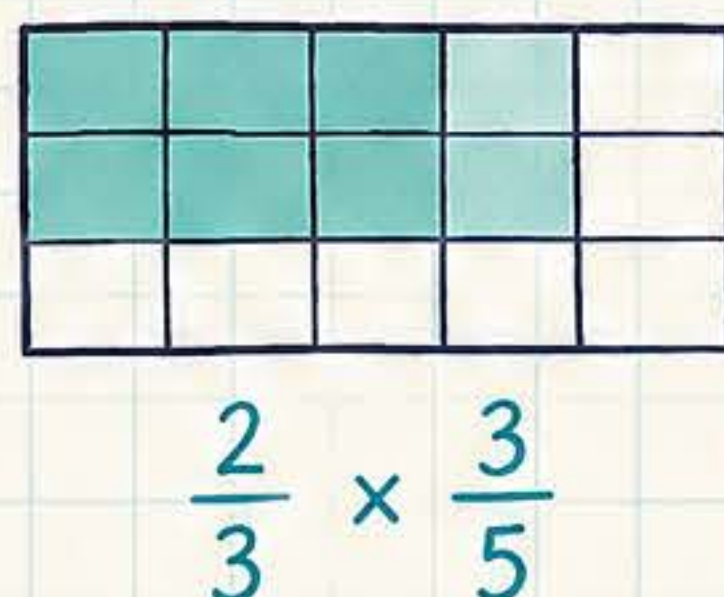
4 SUMA Y RESTA

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



5 MULTIPLICACIÓN

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

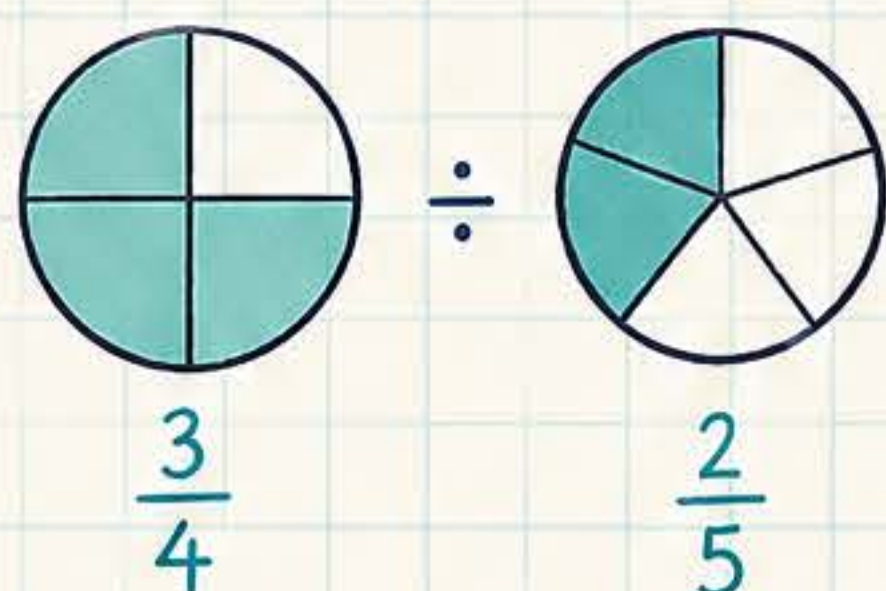


$$\frac{2 \times 3 = 6}{3 \times 5 = 15} \rightarrow \frac{6}{15}$$

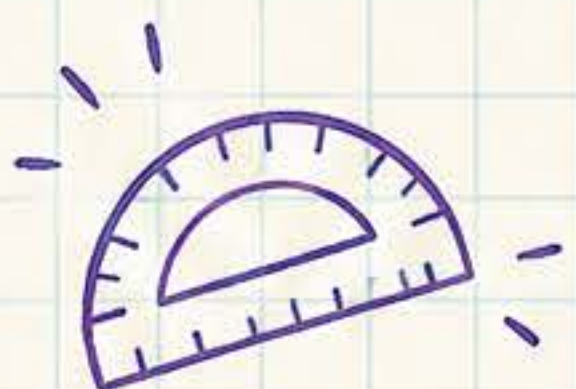
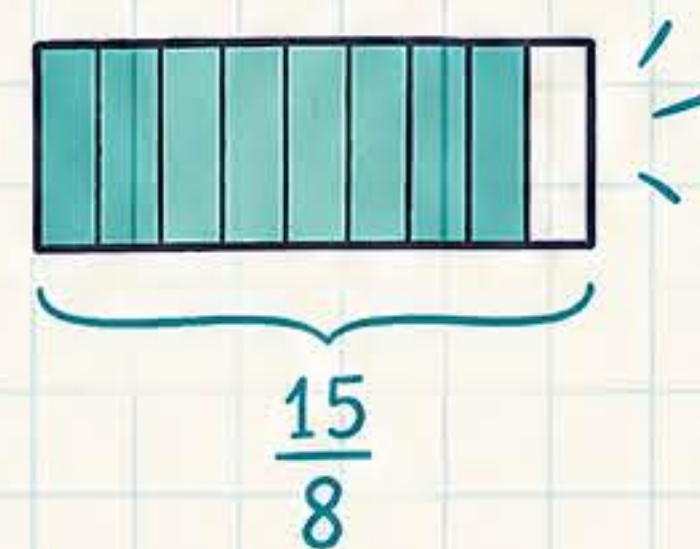
$$\rightarrow \frac{2}{5}$$

6 DIVISIÓN

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

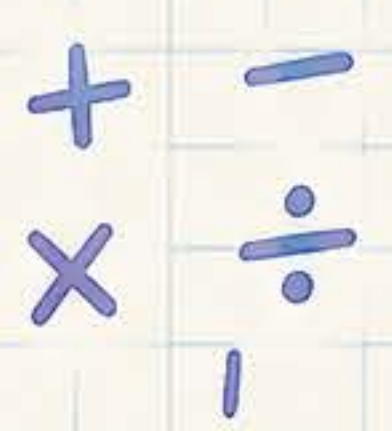


$$\frac{3 \times 5 = 15}{4 \times 2 = 8} \rightarrow \frac{15}{8}$$





NÚMEROS DECIMALES



Valor posicional, operaciones y redondeo.

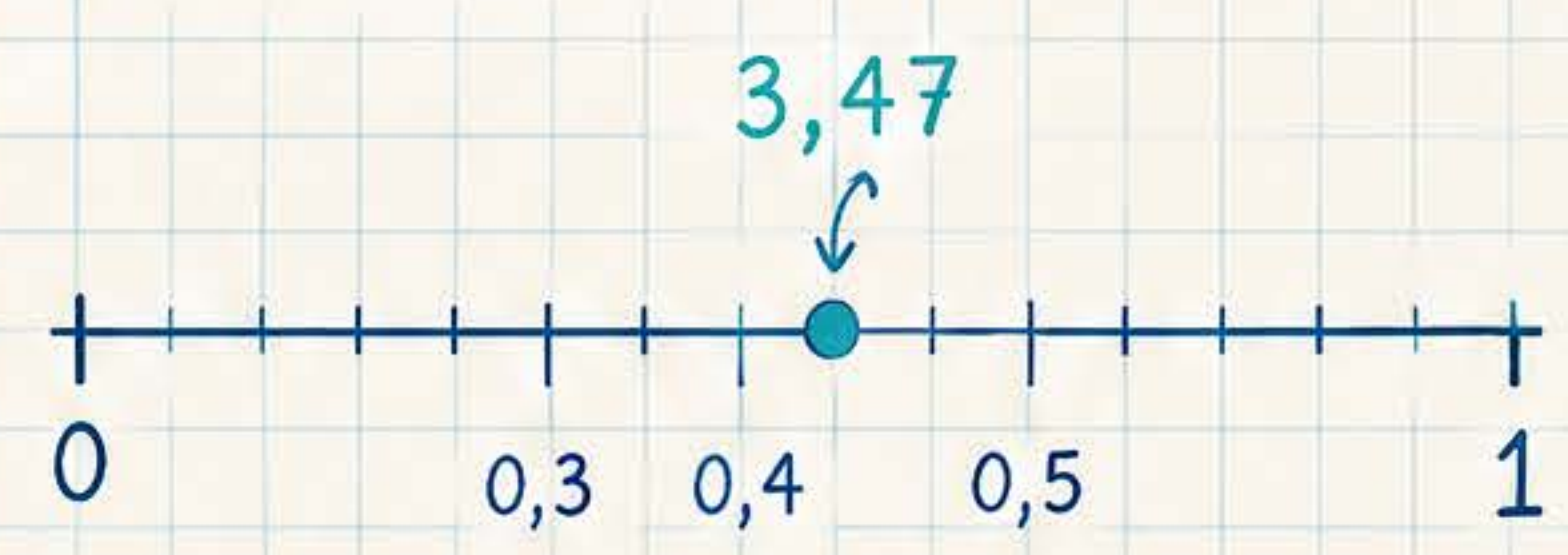
1 VALOR POSICIONAL

$3,47 = 3 \text{ unidades} + 4 \text{ décimas} + 7 \text{ centésimas}$.

En la recta numérica:

Unidades	Décimas	Centésimas
3	4	7

Cada cifra tiene un valor según su posición.



2 SUMA Y RESTA

$12,35 + 4,7 = 17,05$.
Alinea las comas decimales.

$$\begin{array}{r} 12,35 \\ + 4,70 \\ \hline 17,05 \end{array}$$

Las comas deben quedar en la misma columna.

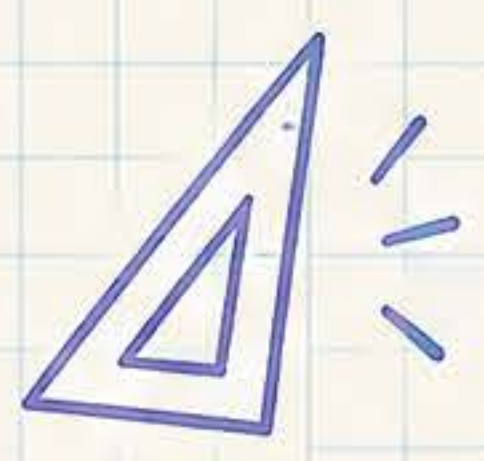
¡Ojo!
(Alinea siempre las comas.)

3 MULTIPLICACIÓN

$2,4 \times 1,5 = 3,6$.

$$\begin{array}{r} 2,4 \\ \times 1,5 \\ \hline 12,0 \\ + 24,0 \\ \hline 3,60 \end{array}$$

$2,4 \times 1,5 = 3,6$
(1 decimal en cada factor $\rightarrow$ 2 decimales en el resultado).



4 DIVISIÓN

$7,2 \div 0,3 = 72 \div 3 = 24$.

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

Se convierte en una división de números enteros.



5 REDONDEO

$5,678$ redondeado a centésimas es $5,68$.

5,678

Se mira la milésima ($8 \geq 5$), se aumenta la centésima.

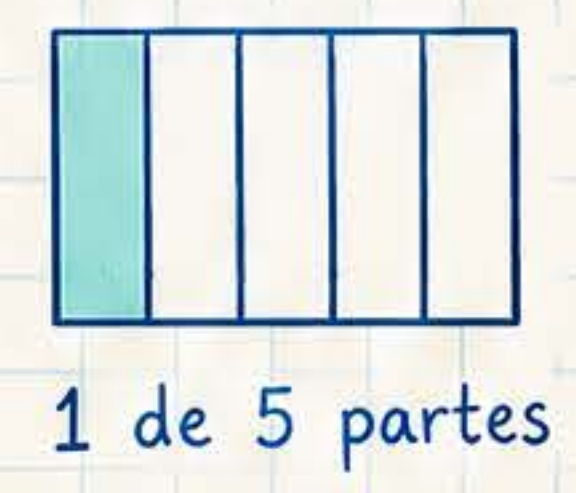
Resultado:
 $\approx 5,68 \approx$

6 FRACCIONES Y DECIMALES

$$\frac{3}{4} = 0,75$$



$$0,2 = \frac{1}{5}$$



Los decimales también se pueden expresar como fracciones.

PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Razones, proporciones y aplicaciones.

1 RAZÓN

Una razón compara dos cantidades mediante una división:

$$\frac{6}{3} = 2.$$

compara dos cantidades

2 PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Si una cantidad se multiplica por 3, la otra también.

2 kg cuestan 6 €;
6 kg cuestan 18 €.

kg	€
2	6
6	18

$\times 3$
 $\times 3$

3 PROPORCIONALIDAD INVERSA

Si aumenta una magnitud, la otra disminuye proporcionalmente.

2 personas tardan 6 h;
4 personas tardan 3 h, a igual ritmo.

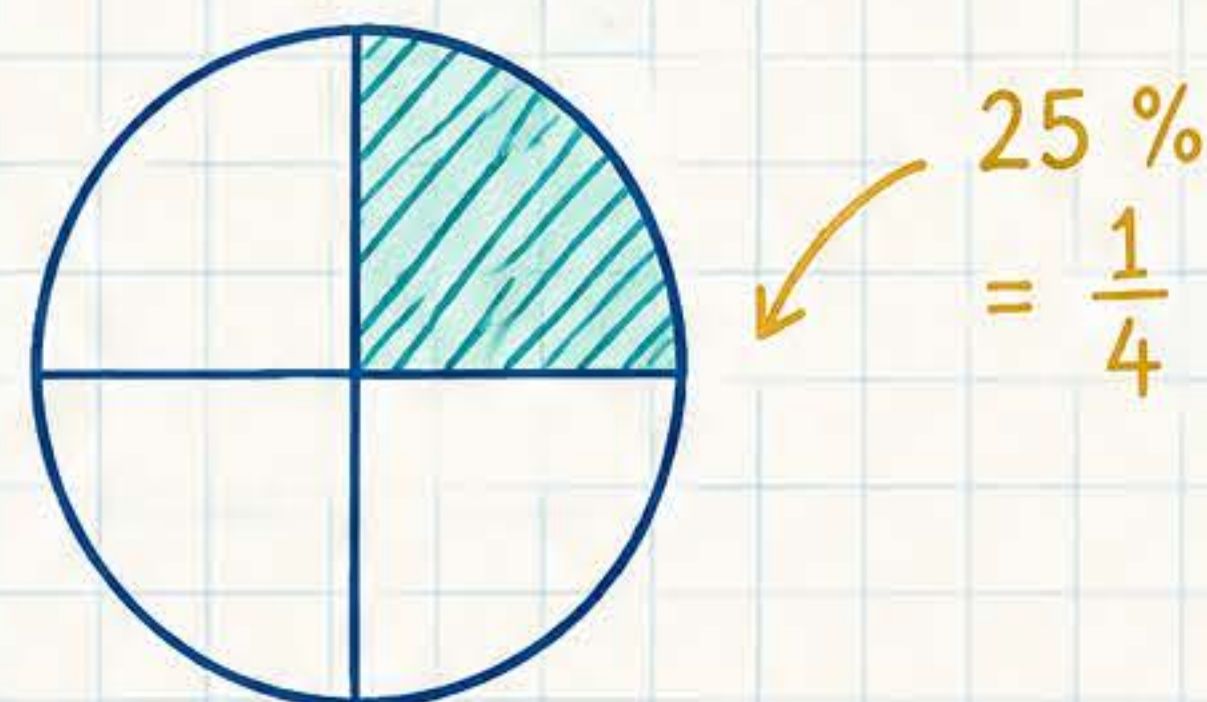
Personas	Horas
2	6
4	3

$\times 2$ $\div 2$

a más personas, menos tiempo

4 PORCENTAJES

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25.$$

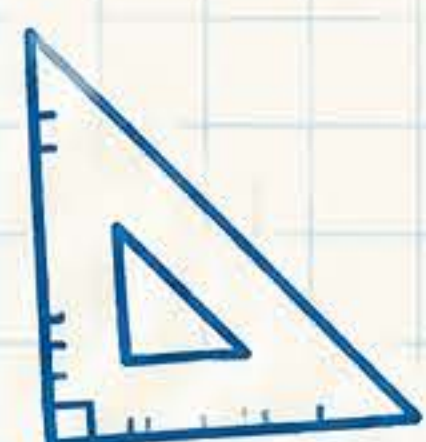


5 EJEMPLO RESUELTO

$$20\% \text{ de } 150 = 150 \times \frac{20}{100} = 30.$$

$$\begin{aligned} 150 \times \frac{20}{100} \\ = 150 \times 0,20 \\ = 30 \end{aligned}$$

20 % de 150 son 30



las matemáticas también están en la vida real

6 DESCUENTO

Precio: 80 €.
Descuento: 25 %.
Rebaja: 20 €.
Precio final: 60 €.



80 € (precio)	-	20 € (rebaja)	=	60 € (precio final)
------------------	---	------------------	---	------------------------



razonar es avanzar

ÁLGEBRA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Letras, términos y operaciones.

1 LENGUAJE ALGEBRAICO

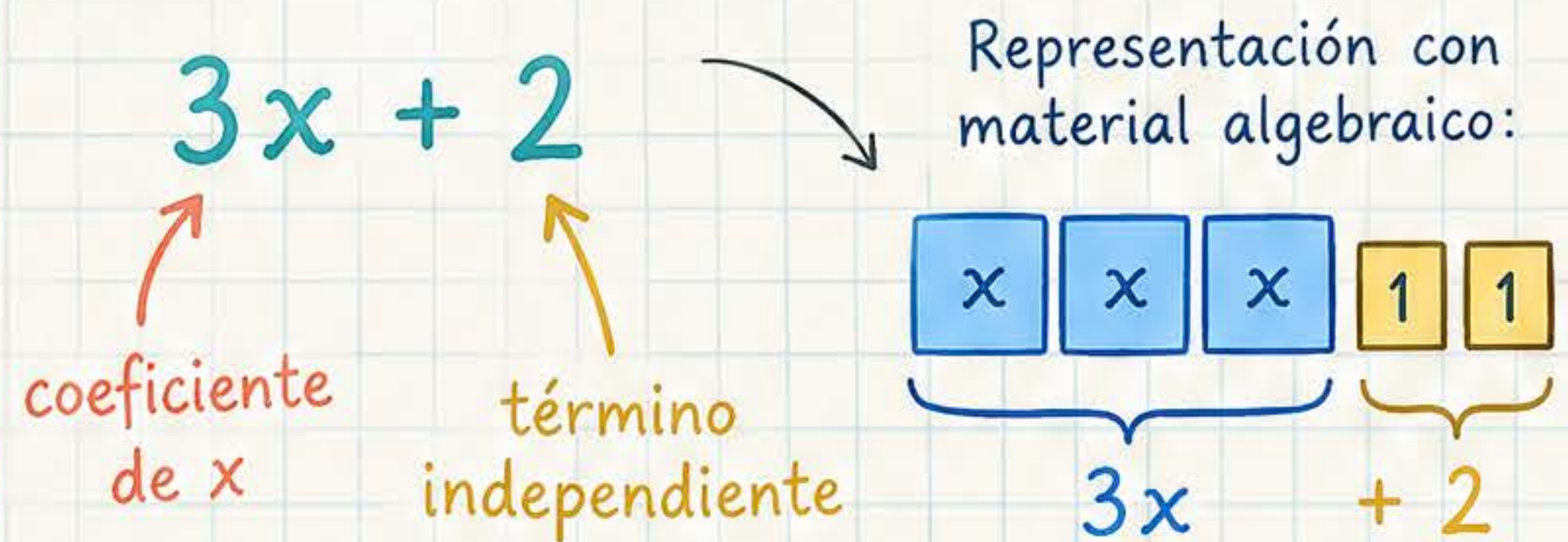
El doble de un número: $2x$.

Un número más cinco: $x + 5$.



2 TÉRMINOS

En $3x + 2$, 3 es coeficiente de x y 2 es término independiente.



3 VALOR NUMÉRICO

Si $x = 4$, entonces $3x + 2 = 3 \times 4 + 2 = 14$.

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= 3 \times 4 + 2 \\ &= 12 + 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Sustituimos $x = 4$ en la expresión.

4 TÉRMINOS SEMEJANTES

$$5x + 3x = 8x.$$

$$7a - 2a = 5a.$$

$$\begin{aligned} 5x + 3x \\ = 8x \end{aligned}$$

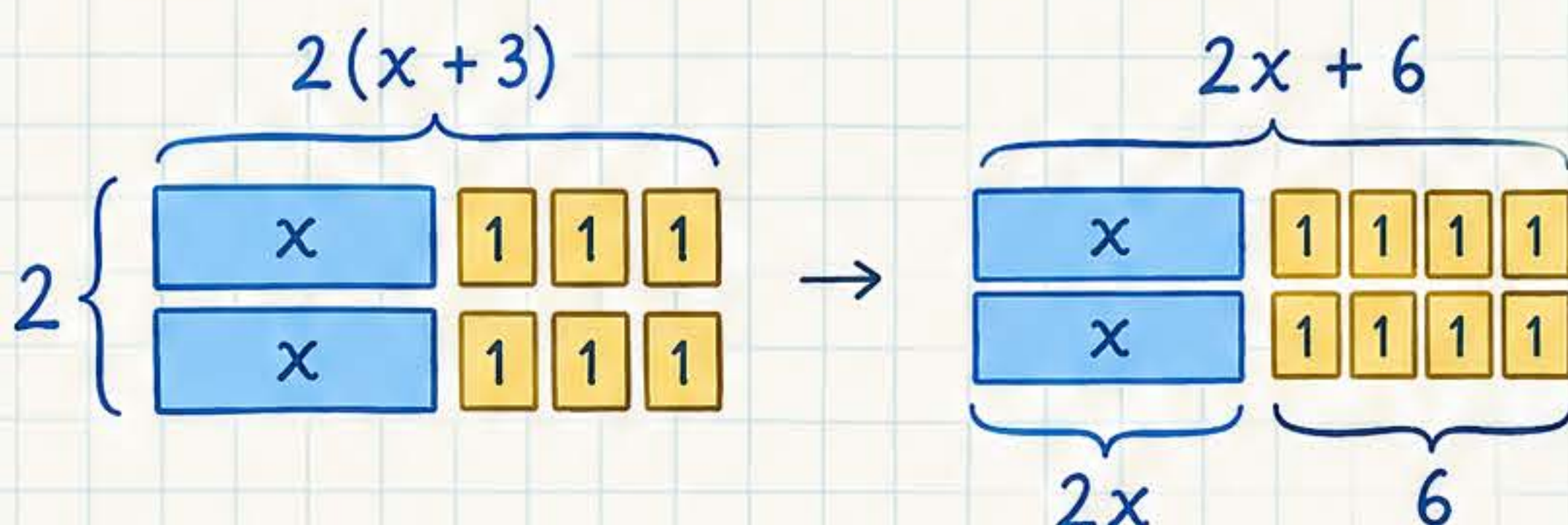
$$\begin{aligned} 7a - 2a \\ = 5a \end{aligned}$$

Tienen la misma letra y el mismo grado.

5 DISTRIBUTIVA

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

$$2(x + 3) = 2x + 6$$

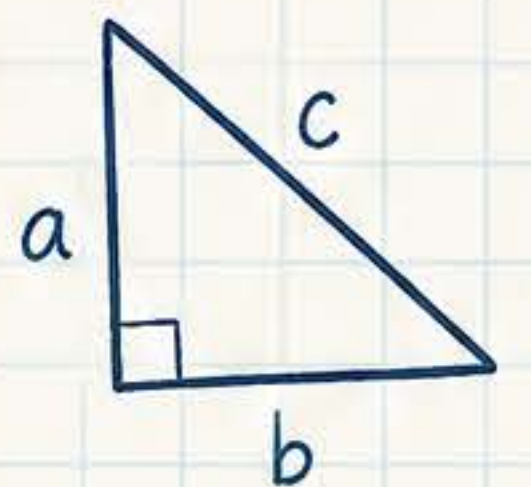


6 EJEMPLO RESUELTO

$$3x + 2x - 4 = 5x - 4.$$

$$\begin{aligned} 3x + 2x - 4 \\ = (3 + 2)x - 4 \\ = 5x - 4 \end{aligned}$$

Sumamos los términos semejantes.



El álgebra nos ayuda a simplificar.

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

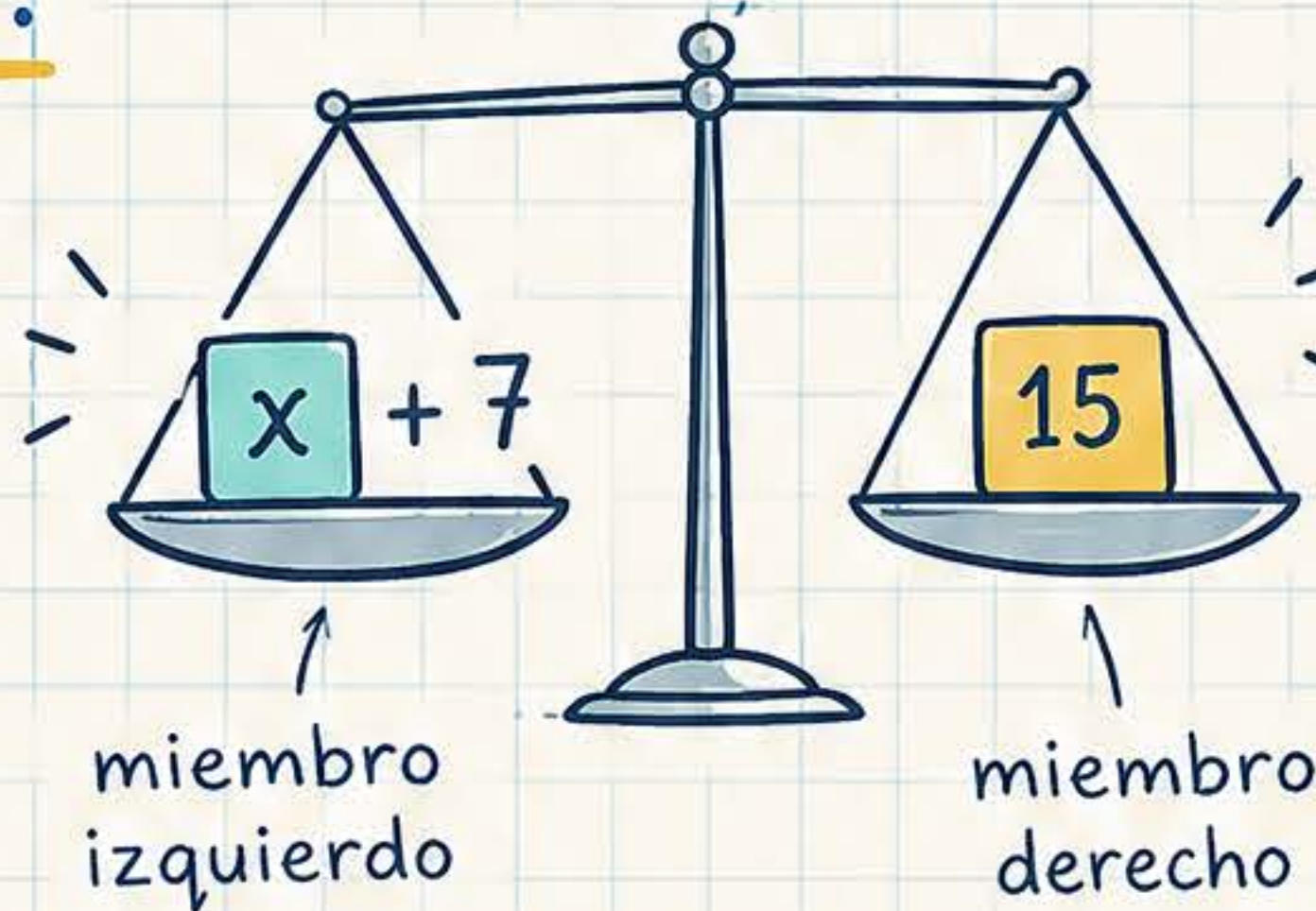
Resolver incógnitas paso a paso.

1 ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

Es una igualdad que contiene una o varias incógnitas.

$$x + 7 = 15$$

es una ecuación
(tiene la incógnita x).



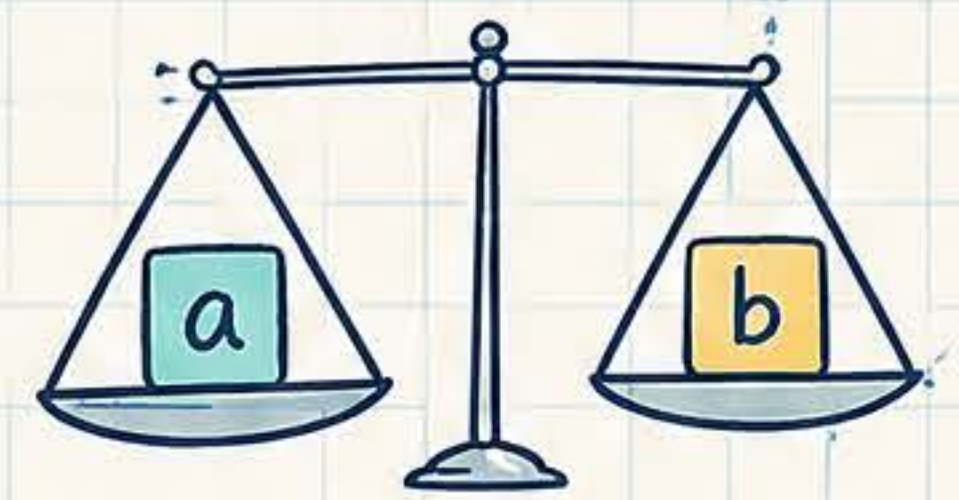
$$x + 7 = 15$$

La igualdad se mantiene en ambos lados.

2 REGLA PRINCIPAL

Realiza la misma operación en ambos miembros para mantener la igualdad.

Si sumas o restas un número en un lado, hazlo también en el otro.

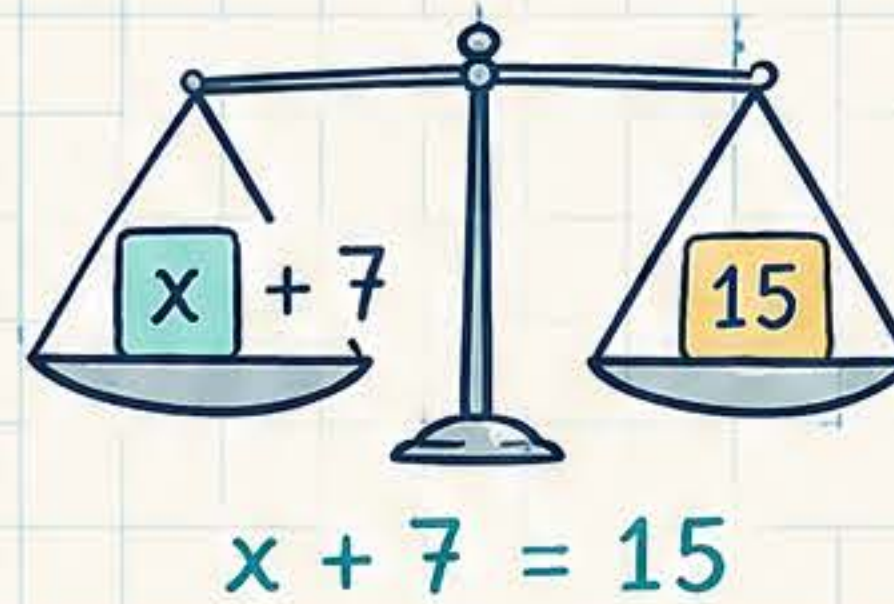


$$a = b$$

$$a + c = b + c$$

3 EJEMPLO 1

$$x + 7 = 15 \rightarrow x = 15 - 7$$
$$x = 8.$$



$$x + 7 = 15$$

Restamos 7 en ambos lados.

4 EJEMPLO 2

$$3x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{3}$$
$$x = 7.$$

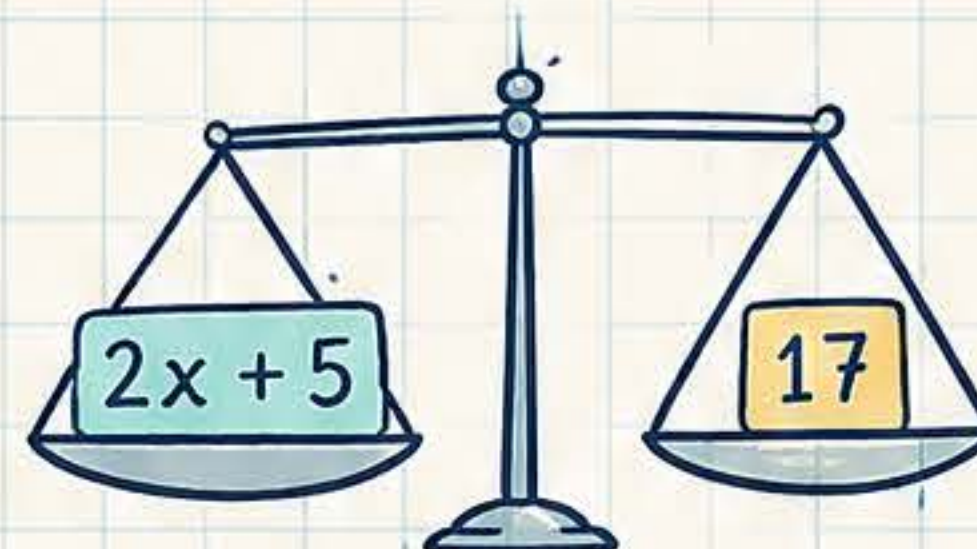
$$\begin{array}{r} 21 \mid 3 \\ 21 \mid 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dividimos entre 3 en ambos lados.

$$3x = 21$$

5 EJEMPLO 3

$$2x + 5 = 17 \rightarrow 2x = 12$$
$$x = \frac{12}{2}$$
$$x = 6.$$



$$2x + 5 = 17$$

Restamos 5 y luego dividimos entre 2.

6 COMPROBACIÓN

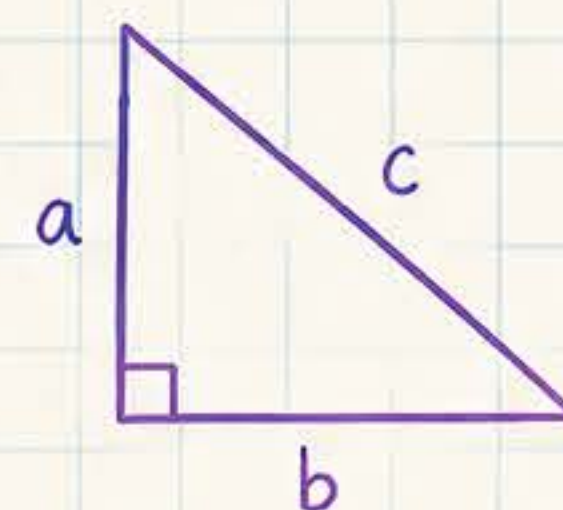
Para $x = 6$:
 $2 \times 6 + 5 = 17$.
¡Correcto!



$$2 \times 6 + 5 = 17$$

$$12 + 5 = 17$$

$$17 = 17 \quad \checkmark$$



Las ecuaciones también están en la vida real.



GEOMETRÍA PLANA

Ángulos, triángulos y polígonos.

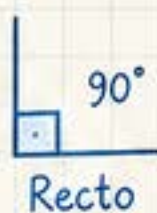


1. ÁNGULOS

- Agudo: menor de 90° .
- Recto: 90° .
- Obtuso: mayor de 90° y menor de 180° .
- Llano: 180° .



Agudo



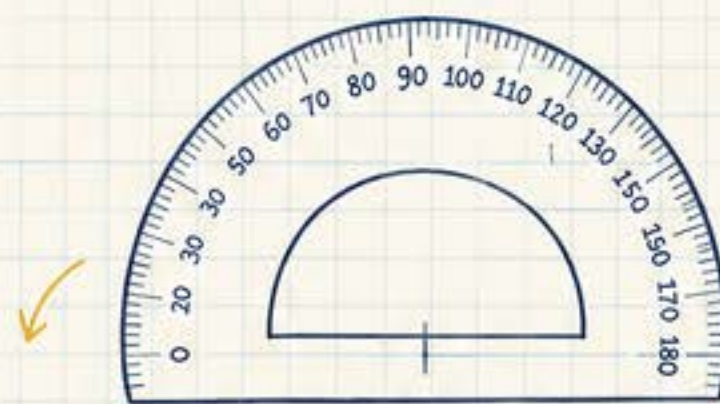
Recto



Obtuso

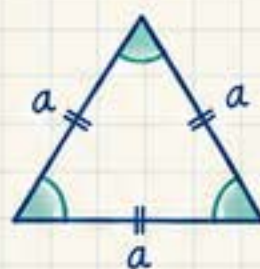


Llano

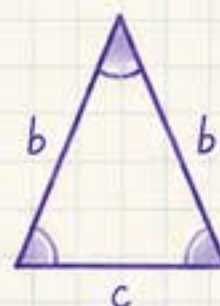


2. TRIÁNGULOS

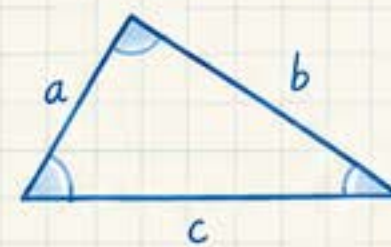
- Equilátero: tres lados iguales.
- Isósceles: dos lados iguales.
- Escaleno: tres lados diferentes.



Equilátero



Isósceles

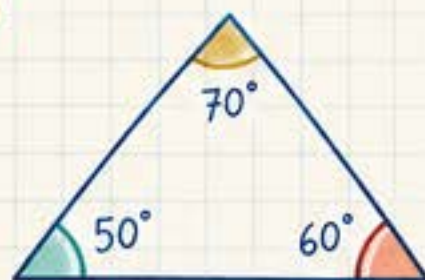


Escaleno

3. SUMA DE ÁNGULOS

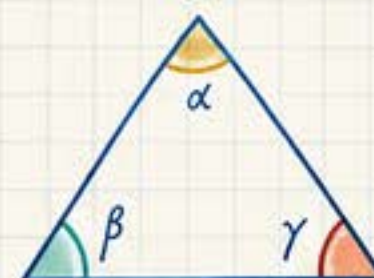
Los ángulos interiores de un triángulo suman 180° .

$$50^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$



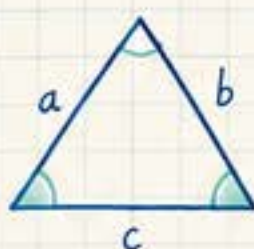
Suma de ángulos interiores:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

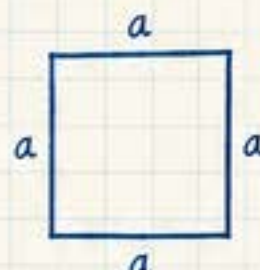


4. POLÍGONOS

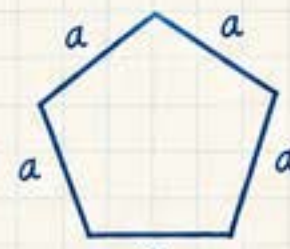
- Triángulo: 3 lados.
- Cuadrilátero: 4.
- Pentágono: 5.
- Hexágono: 6.



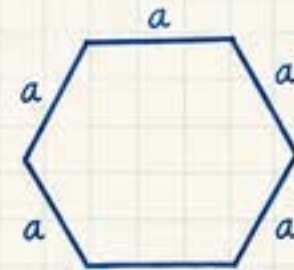
Triángulo



Cuadrilátero



Pentágono



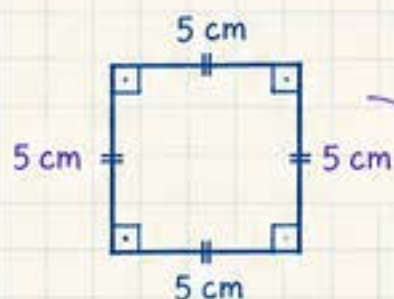
Hexágono

5. PERÍMETRO

Es la suma de las longitudes de los lados.

Cuadrado de lado 5 cm:

$$P = 20 \text{ cm.}$$



$$P = 5 + 5 + 5 + 5$$

$$P = 20 \text{ cm}$$

La unidad de medida es el centímetro.



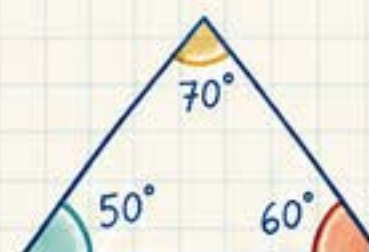
6. EJEMPLO RESUELTO

Triángulo con ángulos de 50° y 60° :
tercero = $180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$.

$$180^\circ - 50^\circ - 60^\circ$$

$$= 130^\circ - 60^\circ$$

$$= 70^\circ$$



La suma siempre es 180° .

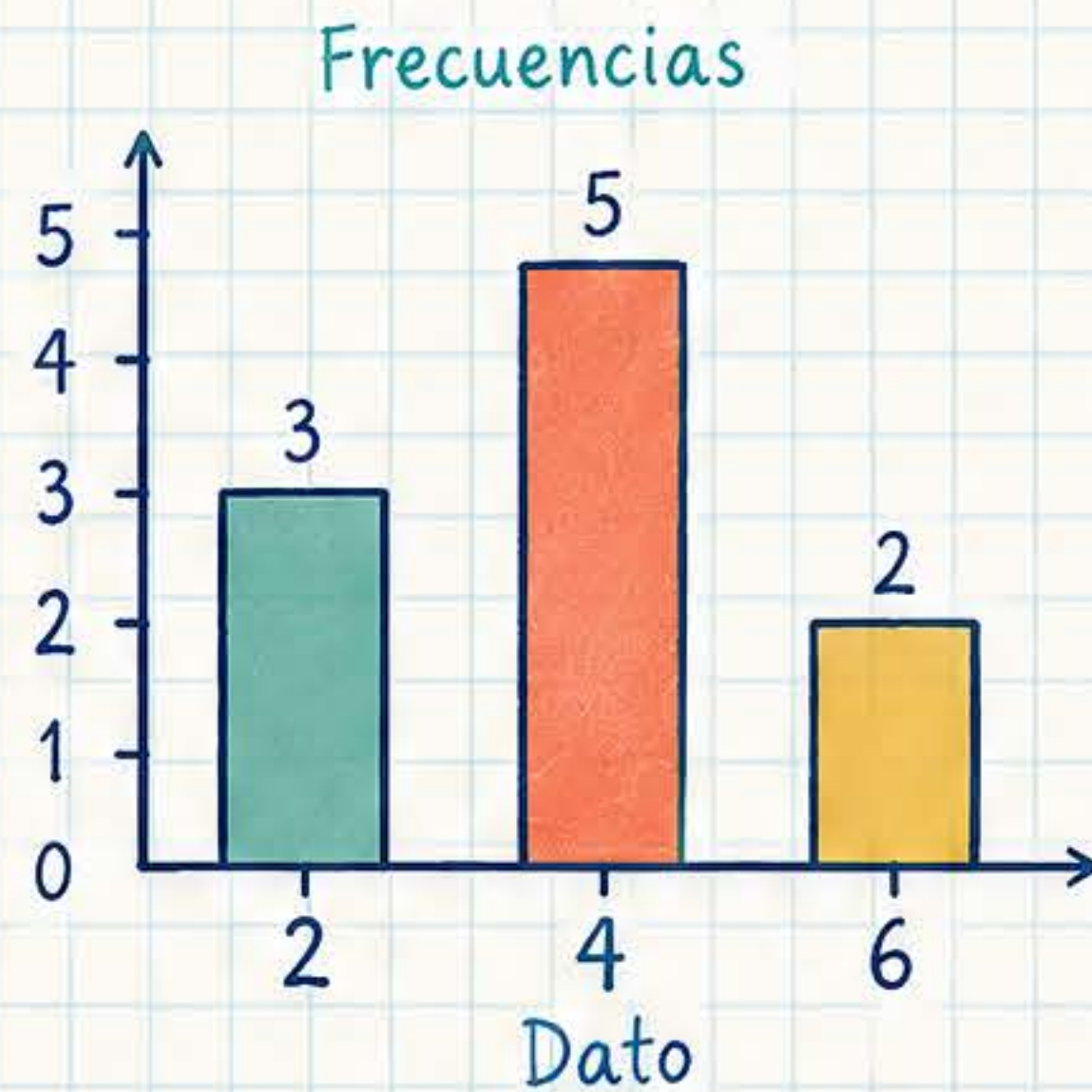
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Tablas, gráficos y experimentos aleatorios.

1 FRECUENCIA

Indica cuántas veces aparece un dato.

Dato	Frecuencia
2	III
4	
6	II



2 MEDIA

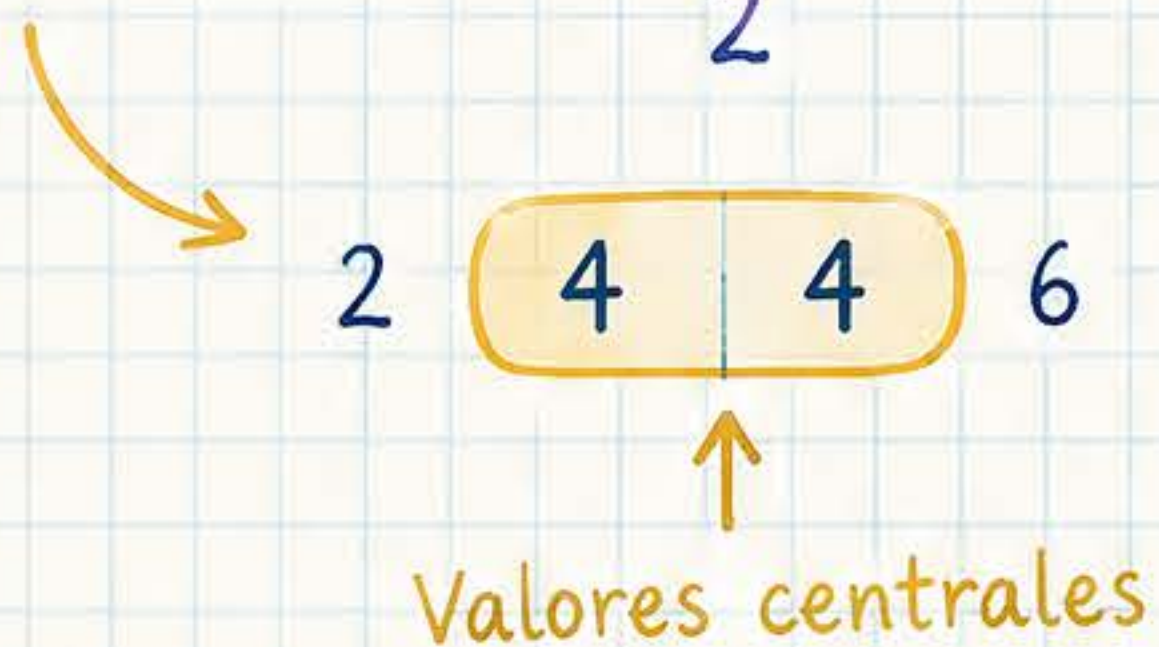
Datos: 2, 4, 4, 6.

$$\text{Media} = \frac{2 + 4 + 4 + 6}{4} = 4.$$

3 MEDIANA

Datos ordenados: 2, 4, 4, 6.

$$\text{Mediana} = \frac{4 + 4}{2} = 4.$$



4 MODA

El valor más frecuente es 4.

Dato	Frecuencia
2	III
4	
6	II

El valor más frecuente es 4.

← Moda

5 PROBABILIDAD

En casos equiprobables:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles.}}$$

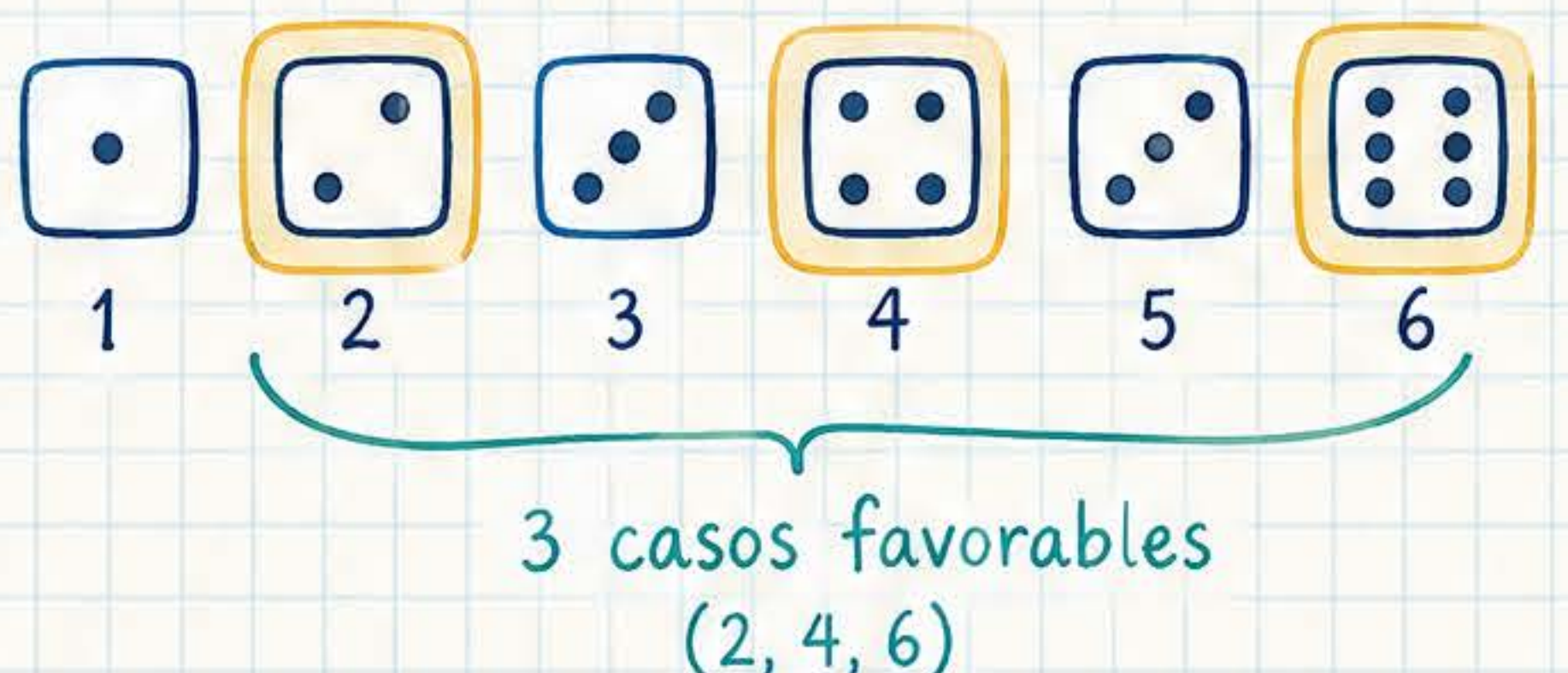


6 resultados equiprobables: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

6 EJEMPLO RESUELTO

Dado equilibrado:

$$P(\text{sacar un número par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%.$$





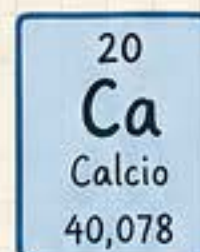
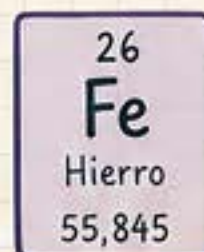
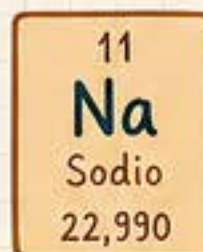
INTRODUCCIÓN A LA FORMULACIÓN INORGÁNICA



Simbolos, números de oxidación y nomenclatura.

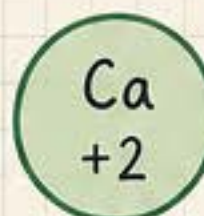
1. ELEMENTOS Y SÍMBOLOS

H: hidrógeno; O: oxígeno;
Na: sodio; Fe: hierro;
Cl: cloro; Ca: calcio.



2. NÚMEROS DE OXIDACIÓN

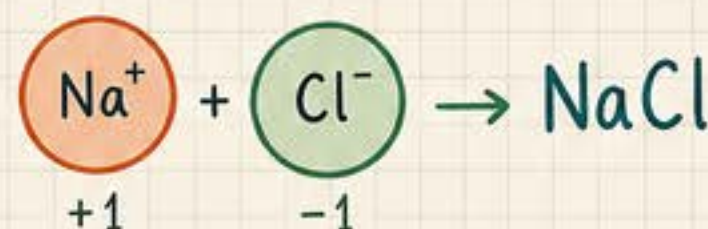
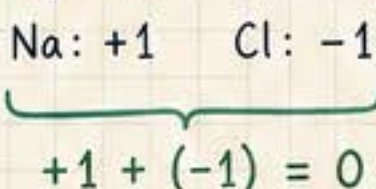
Na: +1; Ca: +2; Al: +3;
O: -2 habitualmente;
H: +1 con no metales y -1 con metales.



3. NEUTRALIDAD

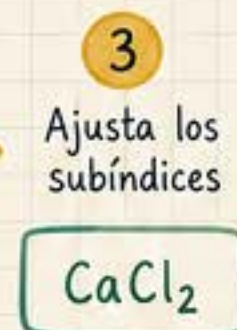
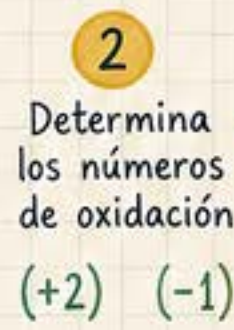
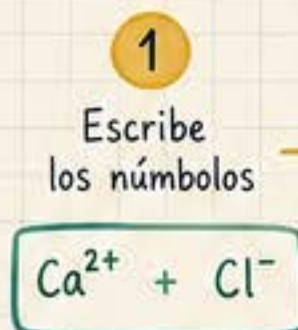
En un compuesto neutro, la suma de los números de oxidación es cero.

Ejemplo: NaCl

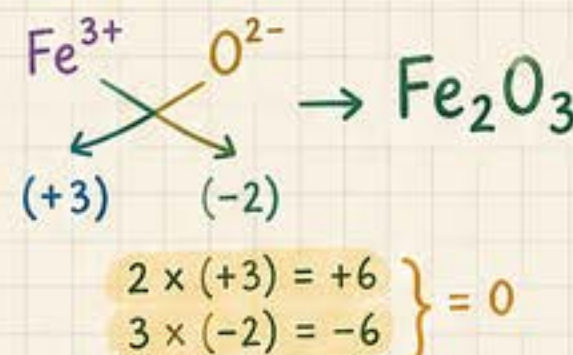
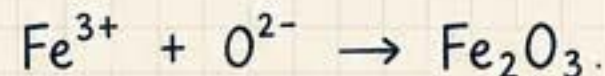
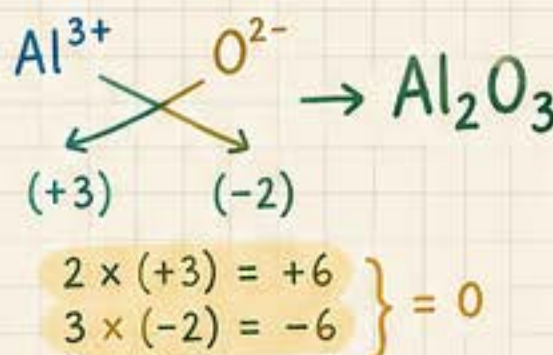
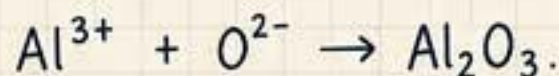
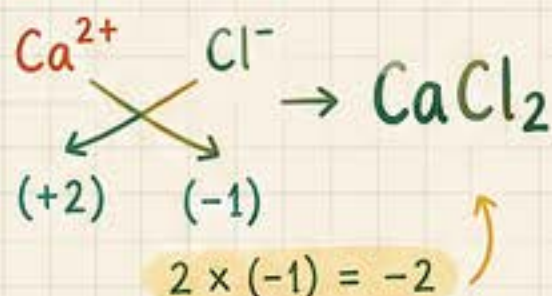
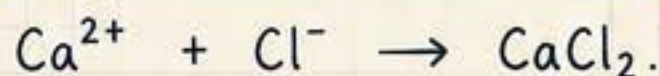


4. CÓMO FORMULAR

Escribe los símbolos; determina los números de oxidación; ajusta los subíndices; simplifica cuando corresponda.



5. EJEMPLOS RESUELTOS



6. NOMENCLATURAS

De composición con prefijos:
dióxido de carbono (CO_2).



Con número de oxidación:
óxido de hierro(III) (Fe_2O_3).

