

# ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL

## 1. ¿QUÉ ES EL CÁLCULO MENTAL?

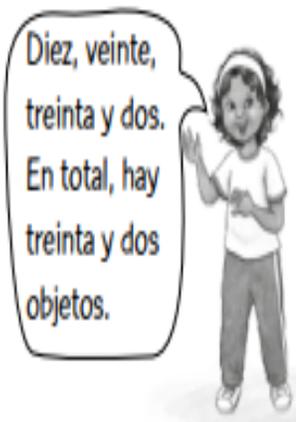
El cálculo mental es una forma de calcular que solo utiliza la mente, sin ningún tipo de ayuda externa. Tiene estos rasgos:

- Es de cabeza
- Se hace rápidamente
- Se apoya en un conjunto limitado de hechos numéricos
- Requiere habilidades o estrategias como: conteos, relocalaciones, compensaciones, descomposiciones, ...

En este tipo de cálculo la concentración, el hábito, la atención y el interés son factores determinantes para lograr buenos resultados.

Se basa en el dominio de la secuencia contadora y de las combinaciones aritméticas básicas, las tablas. Estos son el apoyo de las respuestas inmediatas y dan pie a los algoritmos que permiten realizar cualquiera de las operaciones elementales.

El cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel o los para contar fácilmente. También se puede considerar cálculo mental al uso de tu cerebro y cuerpo.



## TIPOS DE CALCULO MENTAL

### A. Cálculo mecánico o de estímulo respuesta

♣  $6 + 7$  ó  $9 \times 8$ ; la respuesta es inmediata; si no se utiliza suele olvidarse, como las tablas de multiplicar.



### B. Cálculo reflexivo o pensado

♣  $38 + 23$  o  $14 \times 12$ ; cada vez el cálculo es nuevo, al utilizarlo usamos estrategias relacionando, mientras hacemos los cálculos, números y operaciones. Implica reflexionar, tomar decisiones y elegir la estrategia más adecuada. Requiere habilidades como: conteos, relocalaciones, compensaciones, descomposiciones, etc. que permiten alterar los datos iniciales y así, trabajar más cómodamente con otros más fáciles de calcular. Ejemplos de estas estrategias: aplicación de la propiedad conmutativa ( $7 + 22 = 22 + 7$ ); descomposición ( $47 + 29 = 47 + 20 + 9$ ); para multiplicar un número por once, se multiplica por diez y se le suma el número, ...

## C. Cálculo aproximado

♣ una extensión del cálculo mental, al que complementa y refuerza su carácter utilitario, de aplicación para la vida diaria; posibilita que el estudiante aplique sus conocimientos fuera del ámbito escolar. Favorece una actitud más positiva hacia las Matemáticas y, por tanto, un aprendizaje más motivado.

### EJEMPLOS

MEMORIZAR NÚMS. INICIALES	$145 + 29$	Triple de 167
ELEGIR PROCEDIMIENTO	Sumar 30 y restar 1	$3 \times (160 + 7)$ ¿Cuál sumo 1º?
1ª OPERACIÓN	$145 + 30 = 175$	$3 \times 160 = 480$
RECUPERAR DATOS INICIALES	Recuerdo: debo restar 1	Recuerdo: el 7
2ª OPERACIÓN	$175 - 1 = 174$	$7 \times 3 = 21$
RECUPERAR DATOS INTERMED.		Recuerdo el 480
3ª OPERACIÓN		$480 + 21 = 501$

## DIFERENCIAS SEGÚN TIPOS DE CÁLCULO

### CÁLCULO MENTAL

No se ven escritos los datos

Se memorizan los resultados intermedios

No se utiliza el papel

Se pueden usar los dedos

Hay numerosas estrategias

Se inventan algoritmos

### CÁLCULO ESCRITO

Se ven escritos los datos

No se memorizan los resultados intermedios

Se usa lápiz y papel

Sólo hay un procedimiento

NO se inventa nada

### CÁLCULO CON MÁQUINA

Se ven escritos los datos

Hay que memorizar los resultados intermedios

Se usa calculadora, ordenador, móvil.

Secuencia de teclas

NO se inventa nada

## 2. ¿POR QUÉ TRABAJAR EL CÁLC. MENTAL?

- **Desarrolla el sentido numérico.** Su práctica implica el manejo de sumandos, factores, etc. que facilita el dominio de los grandes números; en combinación con el redondeo es una poderosa herramienta matemática para la vida diaria.
- Consigue un conocimiento razonado de las **operaciones y sus propiedades**; al operar mentalmente utilizamos la propiedad conmutativa, asociativa,...
- **Mejora las habilidades aritméticas**, tanto el cálculo escrito como el cálculo aproximado y es una forma de comprobación de resultados.
- **Favorece las habilidades de atención y concentración**, la **agilidad mental** y el desarrollo de capacidades lógico-deductivas, el desarrollo de estrategias personales y la autoestima y confianza en el cálculo aritmético.
- Favorece la mejora en las matemáticas, especialmente en Ed. Primaria, donde números y operaciones básicas son una parte esencial de los contenidos
- Su práctica **motiva a los niños** y el tiempo “perdido” –empleado– se recupera con facilidad en la realización de otros cálculos.

### 3. ACTIVIDADES DE CALCULO MENTAL

- **Conceptos básicos del número** y de las **propiedades** relacionadas con las **operaciones**, ya que constituyen su fundamento.
- **Las tablas**. Es un aprendizaje básico; para calcular, los adultos partimos de los resultados de una serie de operaciones aprendidas de memoria, imprescindibles para realizar los cálculos siguientes.
- **Estrategias**. Tales como descomponer los números, reagrupar las cantidades,... permiten llegar a una solución exacta. Son múltiples y cada uno encuentra sus propios procedimientos.
- **Problemas orales**. Sirven para la comprensión de significados y dotan a este tipo de cálculo de un sentido útil y aplicable.
- **Juegos y material didáctico**. Trabajan las operaciones aplicando estrategias, quitan dureza a una tarea que requiere bastante esfuerzo de concentración, memorización,... Favorecen la relación y discusión entre los miembros de un grupo.
- Otras: **software, series y encadenados, "pasatiempos"**,...

## 3.1. ACTIVIDADES: NUMERACIÓN

Los ejercicios de numeración constituyen la base sobre la que se trabajará el cálculo mental. Son ejercicios:

- Conteos hacia delante / atrás
- Lectura, escritura, ordenación y aproximación de números
- Descomposiciones; buscar unidades, decenas o centenas de un número
- Complementarios del 5, del 10; completar decenas
- Tablas de la suma, de la resta y de la multiplicación
- Búsqueda y aprendizaje de dobles; reconstrucción a partir de dobles
- Repartos irregulares
- Descomposiciones con ayuda del 5, del 10,...
- Diagramas en árbol:  $25 + 13 \Rightarrow 3 \text{ d } 8 \text{ u} // 20 + 5 + 10 + 7 = 30 + 12 = 42$
- Juegos de loto, laberintos, bingos, dominó, cartas,...

## 3.2. ACTIVIDADES: TABLAS DE CÁLCULO

Desarrollan la rapidez de cálculo. Son baterías de actividades secuenciadas, con una ficha para registrar los resultados. En su realización se limita el tiempo. Hay tablas para tipos de operaciones, bloques matemáticos o cursos

- **Sara Herrera**

Tablas de sumar, restar y multiplicar para cada una de las fases del ABN

- **J. J. Jiménez**

Tablas para EP y ESO de números naturales (+, -, x, :, op. combinadas), enteros, decimales, fracciones, porcentajes, potencias, álgebra, unidades de medida, funciones,... para cálculo directo, completar o interpretar.

- **José Ramón Guirles (Txerra)**

Series de automatización y rapidez. Distribuido por cursos. Muy completo.

- **El Quinzet–Lluís Segarra**

Series de rapidez de cálculo: 4 tablas para cada curso de EP.

## 3.2. ACTIVIDADES: TABLAS DE CÁLCULO

El trabajo del cálculo mental con tablas o fichas aporta muchas ventajas:

- Mejora la rapidez del cálculo matemático y deben complementarse con cálculo oral y juegos y actividades en entornos informáticos.
- Están vinculadas al currículo de las matemáticas
- Se pueden poner en práctica en todos los cursos de E.P. y ESO
- Se adaptan a la diversidad del alumnado
- El método puede ser flexible: cada profesor las puede adaptar o modificar como considere adecuado.
- Permite llevar un registro escrito con los progresos de los alumnos en los diferentes bloques.
- En caso necesario, sobre todo para Secundaria, al principio de la tabla se explican estrategias que agilicen los cálculos.

### 3.3. ACTIVIDADES: ENCADENADOS Y SERIES

- En los encadenados, cada uno hace su cálculo a partir del resultado del alumno anterior. El profesor dice el 1<sup>er</sup> número y el resto de la clase sigue. En los cálculos son de un solo operador (ej. + 5) se memoriza; si son más complejos, la estrategia se escribe en la pizarra. Si la cifra crece demasiado, se debe cortar la cadena y comenzar de nuevo con un n<sup>o</sup> más pequeño. (VIDEOS)
- Para las series se tiene a la vista una serie de números, por ejemplo la tabla del nueve escrita del siguiente modo: 9 18 27 36 45 54 63 72 81 90. Cada alumno aplica un operador a toda la serie, sin escribir el resultado, solo diciéndolo. Por ejemplo sumar uno a cada número: 10 19 28 37 46 55 64 73 82 91.

La serie será de cinco elementos para el 2<sup>o</sup> ciclo y diez para el 3<sup>er</sup> ciclo.

$$\boxed{39} \xrightarrow{+20} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{-50} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{+10} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{-10} \boxed{\phantom{00}}$$

$$\boxed{15} \xrightarrow{+20} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{-10} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{+30} \boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{-10} \boxed{\phantom{00}}$$

## 3.4. ACTIVIDADES: ESTRATEGIAS (I)

Permiten agilizar los cálculos, se deben conocer para realizar bien las baterías de actividades. Son múltiples y cada uno utilizará las que mejor considere. Txerra Guirles dispone de ejercicios para cada curso. Es conveniente trabajar la misma estrategia varios días seguidos para afianzar su conocimiento. Estos son algunos ejemplos de posibles estrategias.

### Suma y resta

#### ▪ Suma

Prop. Conmutativa:  $8 + 31 = 31 + 8$  • Descomponer:  $56 + 17 = 56 + 10 + 7$

Complementarios del 10:  $8 + 5 = 8 + 2 + 3$  • Doblar:  $7 + 8 = 7 + 7 + 1$

#### ▪ Resta

Recuentos:  $7 - 5 =$  de 5 a 7 van 2 • Descomponer:  $92 - 46 = 92 - 40 - 6$

#### ▪ Suma y resta

Números decimales: se suma o restan las cantidades del mismo tipo

Números positivos o negativos: se tiene en cuenta la regla de los signos

## 3.4. ACTIVIDADES: ESTRATEGIAS (II)

### Multiplicaciones y divisiones

#### ▪ Multiplicación

Prop. Conmutativa:  $25 \times 13 \times 4 = 25 \times 4 \times 13$

Descomponer y prop. distributiva:  $82 \times 7 = (80 + 2) \times 7$

Factorización: se descompone en factores más simples  $18 \times 15 = 2 \times 5 \times 9 \times 3$

Cálculo aproximado:  $23 \times 48 \approx 20 \times 50$

Multiplicar por ud. seguida de ceros ( $12 \times 100$ );  $9(10 - 1)$ ;  $11(10 + 1)$ ,...

#### ▪ División

Dividir por la unid. seguida de ceros: se quitan ceros o se corre la coma

Simplificar cuando dividendo y divisor acaban en ceros

Dividir entre 5 ( $\times 2 : 10$ ) o entre 25 ( $\times 4 : 10$ )

Dividir descomponiendo el divisor en factores: dividir entre  $78 : 6 = 78 : 2 : 3$

## 3.5. ACTIVIDADES: PROBLEMAS ORALES

Facilitan la comprensión de los significados, permiten trabajar el cálculo mental en otro contexto, y lo hacen aplicable a la vida cotidiana. Son baterías de problemas, clasificadas por cursos, cuyos resultados se registran.

- **El Quinzet**

Dispone de 14 series de 50 sesiones cada una, en cada sesión incluye cinco problemas. Desde Infantil hasta 2º de ESO. Se leen los problemas dos veces y se deja un tiempo para que los alumnos escriban el resultado con la unidad correspondiente.

- **José Ramón Guirles**

Ha recopilado problemas del P. MareNostrum, otros para elegir respuesta y algunos de El Quinzet. Para todos los cursos de Ed. Primaria

- **J.J. Jiménez**

Para 1º y 2º de ESO; 30 series por curso de 5 problemas, sobre núms. naturales, enteros, decimales, fraccionarios, porcentajes, medida,...

## 3.6. ACTIVIDADES: JUEGOS Y MAT. DIDÁCTICO

- Los juegos constituyen una poderosa herramienta para el aprendizaje numérico y operacional.
- Al jugar pretendemos que los niños aprendan divirtiéndose: se juega a ganar, aunque ganar o perder no suponga nada especial. El profesor ha de relativizar ante los alumnos el hecho de ganar o perder (“unas veces se gana y otras se pierde”)
- Los juegos se utilizan como herramientas para: aprender las reglas numéricas, denominación y comparación de números, automatización de las tablas de sumar, restar, multiplicar y dividir, aprendizaje de estrategias numéricas, la rapidez en el cálculo, el desarrollo del sentido numérico,...
- Se debe jugar cuando todavía no “saben bien”, y no sólo como meras actividades de repetición o asentamiento de lo que ya conocen.
- Es importante la verbalización: decir la carta en voz alta o expresar la jugada realizada.

## 3.6. ACTIVIDADES: JUEGOS Y MAT. DIDÁCTICO

Según su finalidad, los juegos matemáticos pueden clasificarse en estas cinco categorías, aunque solo tres de ellas desarrollan el cálculo mental:

- **Numeración:** sirven para aprender la denominación de los números, la comparación y ordenación entre ellos y las reglas numéricas. No son adecuados para desarrollar el cálculo mental.
- **Automatización del cálculo:** trabajan múltiples formas de componer 10, 100 o 100; de desarrollar sumas, restas u otras operaciones sencillas, las que denomina de cálculo mental automático.
- **Estrategias numéricas:** facilitan la automatización de las operaciones y potencian el sentido numérico: estimación numérica y operacional, combinación de operaciones,... Desarrollan el cálculo mental reflexivo.
- **Otros juegos:** trabajan la automatización o las estrategias numéricas, no requieren material especial, son del tipo “pasatiempos”.
- **Juegos “para pensar”:** son los auténticos *juegos de estrategia*, desarrollan el pensamiento lógico, la planificación, la toma de decisiones,...

## 4. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (I)

- Se debe trabajar el cálculo mental durante un período extenso de tiempo, con continuidad y durante varios cursos.
- Ha de trabajarse desde los primeros cursos. En estos han de tener tanta importancia el material didáctico y los juegos como los cálculos formales.
- Aunque se trabaje de forma específica, ha de aplicarse en diversos contextos, no aisladamente. Cuando se pueda, se integrará en las actividades aritméticas y siempre se utilizará en los cálculos más sencillos.
- Se debe trabajar el cálculo mental también en la resolución de problemas, especialmente en los de tipo oral.
- La progresión de los ejercicios de cálculo mental estará vinculada a los niveles de conocimiento matemático del alumno. Este puede entenderse como una aplicación-revisión de los conocimientos adquiridos.
- Se debe presentar de forma visual y oral. Son facetas complementarias. En los primeros cursos se prima el apoyo visual, para facilitar su resolución.

## 4. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (II)

- Se pueden presentar los ejercicios en forma de competición o reto, individualmente o en equipo, lo que estimula a los alumnos a superarse. Se debe huir de una metodología machacona y aburrida; no se trata de hacer miles de operaciones, sino diversificar los ejercicios, juegos,...
- En el cálculo reflexivo, los alumnos razonarán los resultados delante del grupo, lo que enriquece el aprendizaje, puesto que implica un intercambio de ideas y estrategias, así como la detección de los errores y sus causas.
- No hay que primar siempre el éxito en la rapidez de la respuesta porque los más lentos o los que cometen más errores pueden desanimarse y perder interés.
- Como se requiere gran concentración y tensión, cansa rápidamente a los alumnos. Si se trabaja mucho tiempo, la atención disminuye y los resultados empeoran. Estas sesiones deben ser breves, -unos diez minutos diarios-, todos o la mayoría de los días de la semana.

# PRINCIPIOS PARA PRACTICAR EL CÁLCULO MENTAL.

- Debe ser practicado con regularidad, sistemáticamente.
- La fatiga es su mayor enemigo porque produce errores. La duración de las sesiones ha de ser corta .
- Cada uno tiene unas limitaciones que disminuyen con el entrenamiento y el conocimiento de repertorios y técnicas de cálculo mental.
- Estimar previamente el resultado, si es posible.
- Hacer explicar a los alumnos el procedimiento utilizado.
- Graduar la dificultad de los ejercicios.
- En los cálculos reflexivos, rechazar las respuestas rápidas de algunos alumnos.
- Variar la presentación de los ejercicios y alternar los tipos de actividades.

## 3.6. ACTIVIDADES PROGRAMAS ORDENADOR

Hay muchos sitios web y algunos programas donde practicar cálculo mental. Muestran el tiempo transcurrido y puedes indicar tanto el tipo de operación como el nº de cifras de los ejercicios. Citamos algunos:

- <http://ares.cnice.mec.es/matematicasep/colegio/maquina.html> \*\*
- [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/calculo\\_m/calcul\\_omental\\_p\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/calculo_m/calcul_omental_p_p.html) \*\*\*
- <http://www.freeworldgroup.com/games6/gameindex/math-attack.htm>
- <http://www.thatquiz.org/es-1/?-jf-lk-m3o-n18> \*\*
- [http://roble.pntic.mec.es/arum0010/temas/calculo\\_mental.htm](http://roble.pntic.mec.es/arum0010/temas/calculo_mental.htm) \*\*\*
- <http://aprendojugando.webnode.com/enlaces-de-interes/calculo-mental/>
- <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/04f7829c2d0a54d04/04f7829c2d0a58908/index.html>
- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/html/adjuntos/2007/10/04/0012/index.htm>
- [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos\\_informaticos/concurso2005/34/menu.html](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/menu.html)
- [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos\\_informaticos/concurso2005/34/dadospuntos.html](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/dadospuntos.html)
- <http://hortamajor.edu.gva.es/calculo/>

# FUENTES BÁSICAS

- José Ramón -Txerra- G. Guirles  
<https://sites.google.com/site/txerrab03maticas/>
- J.J. Jiménez  
<http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/>
- Sara Herrera  
<http://elblogdelamaestrasara.blogspot.com.es/>
- Ricardo Vázquez  
<http://www.ricardovazquez.es/IndexCalcMent.htm>
- El Quinzet  
<http://www.elquinzet.com/>
- T. Ortega y M<sup>a</sup> Ortiz: "Programa Cálculo Mental Universidad de Valladolid"
- Mequè Edo i Basté: "El cálculo mental en Educación Infantil"
- M<sup>a</sup> Carmen Chamorro: "Distintos tipos de cálculo"