Matemática 6

Colección

cipotas y cipotes

Plan Nacional de Educación 2021

Créditos

372.7
E49m El Salvador. Ministerio de Educación (MINED)
Matemática 6 : guía metodológica / Ministerio de Educación. --
sv ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2008.
112 p. : il., col. ; 30 cm. -- (Colección cipotas y cipotes)

ISBN 978-99923-58-38-2

1. Matemáticas-Enseñanza--Guías. I. Ministerio de Educación.
II. Título.

Elías Antonio Saca
Presidente de la República

Ana Vilma de Escobar
Vicepresidenta de la República

Darlyn Xiomara Meza
Ministra de Educación

José Luis Guzmán
Viceministro de Educación

Carlos Benjamín Orozco
Viceministro de Tecnología

Norma Carolina Ramírez
Directora General de Educación

Ana Lorena Guevara de Varela
Directora Nacional de Educación

Manuel Antonio Menjívar
Gerente de Gestión Pedagógica

Rosa Margarita Montalvo
Jefa de la Unidad Académica

Karla Ivonne Méndez
Coordinadora del Programa Comprendo

Vilma Calderón Soriano
Silvio Hernán Benavides
Carlos Alberto Cabrera
Gustavo Antonio Cerros
Bernardo Gustavo Monterrosa
José Elías Coello
Equipo técnico autoral del Ministerio de Educación

Shiori Abe
Norihiro Nishikata
Shinobu Toyooka
Asistencia técnica, JICA

James Alfred García
Neil Yazdi Pérez
Francisco René Burgos
Diseño de interiores y diagramación, JICA

James Alfred García
Ilustración de portada e interiores

Agradecimiento a:

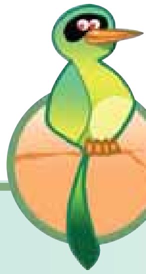
La Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) por la asistencia técnica en el marco del Proyecto para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en la Educación Primaria (COMPRENDO – JICA).

El proyecto de Mejoramiento de la Enseñanza Técnica en el Área de Matemática de Honduras (PROMETAM) con asistencia técnica de JICA, por facilitar documentos para el diseño de esta versión.

Primera edición.

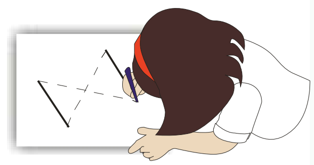
Calle Guadalupe, Centro de Gobierno, San Salvador, El Salvador, C. A.

CARTA



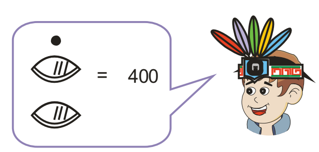
¿Qué vas a aprender?

Primer Trimestre



Segundo Trimestre

Tercer Trimestre



Primer Trimestre

Unidad 1

Operemos y dividamos con fracciones

Recordemos

Sustituye en tu cuaderno el signo “?” por el número correspondiente.

a) (283 x 10) x (63 x 100) = (283 x 63) x $\boxed{?}$

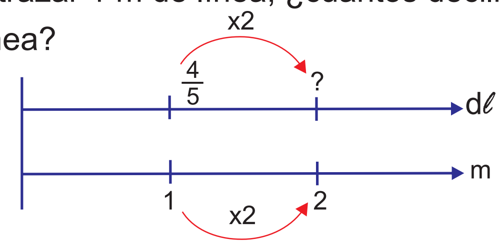
b) (42 x 6) x (83 x 9) = (42 x 83) x $\boxed{?}$

c) (1104 x 10) ÷ (48 x $\boxed{?}$) = 1104 ÷ 48

d) (722 x $\boxed{?}$) ÷ (19 x 5) = 722 ÷ 19

Lección 1 Multipliquemos y dividamos fracciones

A. José está trazando una línea central en la carretera. Si utiliza $\frac{4}{5}$ decilitros de pintura para trazar 1 m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura utilizará para trazar 2 metros de línea?

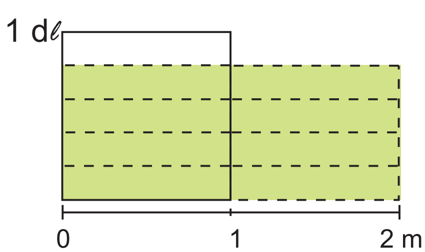


Si se utilizan $\frac{4}{5}$ dℓ para trazar 1 m de línea, se utilizan ($\frac{4}{5}$ x 2) dℓ para trazar 2 m de línea.

A1. Escribe el PO:

PO: $\frac{4}{5}$ x 2

A2. Encuentra el resultado consultando la gráfica.



En $\frac{4}{5}$ dℓ hay 4 veces $\frac{1}{5}$ dℓ.

Para trazar 2 m de línea, se utilizan 4 x 2 = 8 veces $\frac{1}{5}$ dℓ o sea $\frac{8}{5}$ dℓ

PO: $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5}$

$= \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ **R: $1\frac{3}{5}$** dℓ

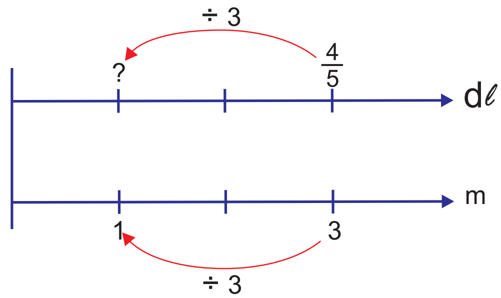
Para multiplicar una fracción por un número natural, se multiplica el numerador por el número natural y se copia el denominador.

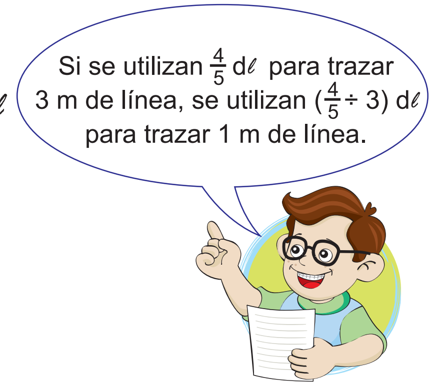
$\frac{\triangle}{\square} \times \bigcirc = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square}$

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7}$ x 3 b) $\frac{1}{5}$ x 4 c) $\frac{2}{3}$ x 4 d) $\frac{3}{8}$ x 5 e) $\frac{5}{6}$ x 7

B. Si se utilizan $\frac{4}{5}$ dℓ de pintura para trazar 3 m de línea, ¿cuántos decilitros se utilizan para trazar 1 m de línea?

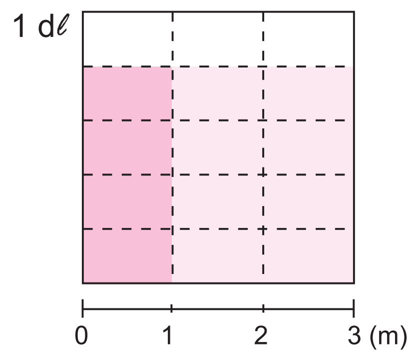




B1. Escribe el PO.

PO: $\frac{4}{5} \div 3$

B2. Encuentra el resultado consultando la gráfica.



La parte coloreada representa la cantidad de pintura que se utiliza para 3 m.

La parte coloreada más oscura corresponde a la cantidad que se utiliza para 1 m.
Esta contiene 4 partes pequeñas, cada una equivale a:

$$\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \text{ d}\ell.$$

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$$

$$= \frac{4}{15}$$

R: $\frac{4}{15}$ dℓ

Para dividir una fracción entre un número natural se copia el numerador y se multiplica el denominador por el número natural.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bigcirc = \frac{\triangle}{\square \times \bigcirc}$$

2. Calcula en tu cuaderno.

a) $\frac{4}{5} \div 7$ b) $\frac{2}{3} \div 5$ c) $\frac{1}{4} \div 3$ d) $\frac{1}{7} \div 2$ e) $\frac{7}{8} \div 4$

Lección 2 Multipliquemos fracciones

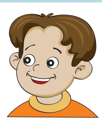
A. Si se utiliza $\frac{4}{5}$ dℓ de pintura para trazar 1 m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura se utilizarán para trazar $\frac{2}{3}$ m de línea?

(Cantidad de pintura en 1 m) x (longitud de la línea) = (cantidad total de pintura)

PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

A1. Encuentra el producto.

Piensa, utilizando lo aprendido.
Puede haber varias maneras.



Juan

- La cantidad de pintura para $\frac{2}{3}$ m es 2 veces la cantidad para $\frac{1}{3}$ m. La cantidad para $\frac{1}{3}$ m se calcula dividiendo $\frac{4}{5}$ dℓ entre 3.

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{5} \div 3\right) \times 2$$
$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2$$
$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

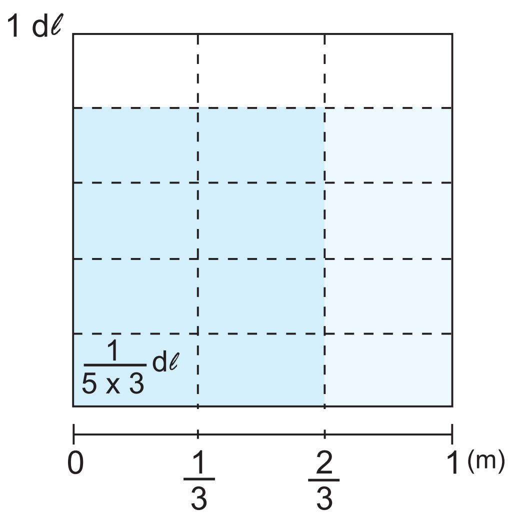
Belinda

- Convierto $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$ en números naturales, multiplicando por 5 y 3 respectivamente y utilizo la propiedad de la multiplicación.

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{4}{5} & \times & \frac{2}{3} & = & \boxed{\frac{8}{15}} & \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 3 & & \downarrow \times 15 & \uparrow \div 15 \\ 4 & \times & 2 & = & 8 & \end{array}$$


Maritza

- Utilizo la gráfica como hicimos con los números naturales y decimales.



La parte coloreada corresponde a $\frac{4}{5}$ dℓ

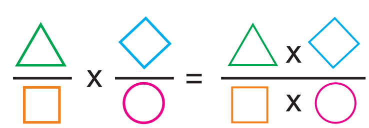
La parte coloreada más oscura representa la cantidad para $\frac{2}{3}$ m y consiste en $4 \times 2 = 8$ partes pequeñas que representan $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$

Por lo tanto la parte coloreada más oscura corresponde a $\frac{1}{5 \times 3} \times 8 =$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

R: $\frac{8}{15}$ dℓ

Para multiplicar fracciones, se multiplican los denominadores y los numeradores separadamente.



1. Efectúa en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{4}$

B. Calcula: $\frac{2}{9} \times \frac{3}{5}$

Juan

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{9 \times 5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

Belinda

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times 5} = \frac{2}{15}$$

Es mejor simplificar antes de multiplicar cuando se puede.

2. Calcula en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$ b) $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$ c) $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

d) $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$ e) $\frac{10}{21} \times \frac{7}{15}$ f) $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

C. Calcula: $3 \times \frac{4}{7}$

$$3 \times \frac{4}{7} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{1 \times 7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\longrightarrow$$

$$3 \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

Resuelve en tu cuaderno.

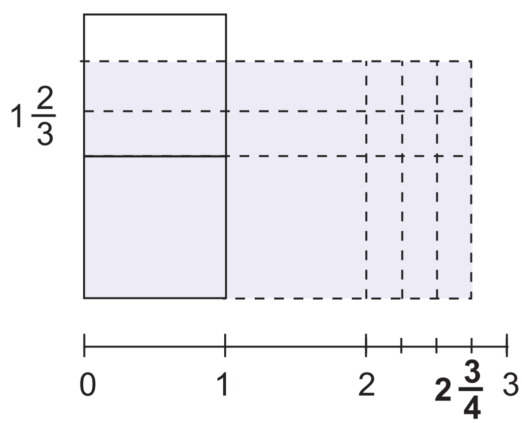
3. a) $2 \times \frac{2}{5}$ b) $3 \times \frac{3}{8}$ c) $5 \times \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{7} \times 3$ e) $\frac{3}{8} \times 5$

4. a) $6 \times \frac{3}{20}$ b) $3 \times \frac{5}{18}$ c) $3 \times \frac{5}{12}$ d) $\frac{3}{20} \times 5$ e) $\frac{7}{15} \times 10$

5. a) $8 \times \frac{3}{4}$ b) $9 \times \frac{2}{3}$ c) $7 \times \frac{3}{7}$ d) $\frac{2}{3} \times 6$ e) $\frac{4}{5} \times 20$

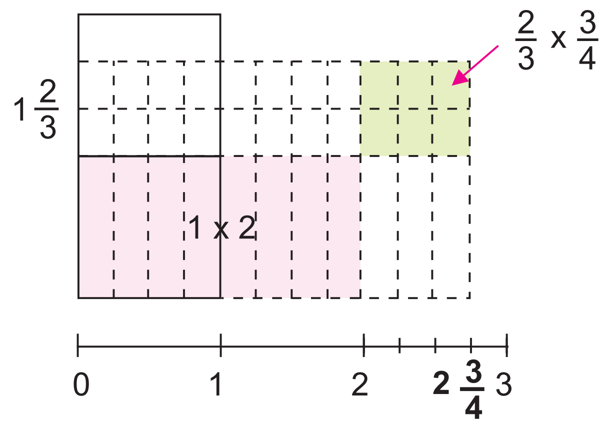
D. Calcula: $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{11}{4}$$
$$= \frac{5 \times 11}{3 \times 4}$$
$$= \frac{55}{12} = 4\frac{7}{12}$$



$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = 2 \times 1 \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{2}{\cancel{4}}}$$
$$= 2\frac{1}{2}$$

No se puede calcular
de esta forma.
Así se está calculando
solamente 1 x 2 y $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$



Se multiplican fracciones mixtas convirtiéndolas en fracciones impropias.

Resuelve en tu cuaderno.

6. a) $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$ b) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$ c) $1\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$

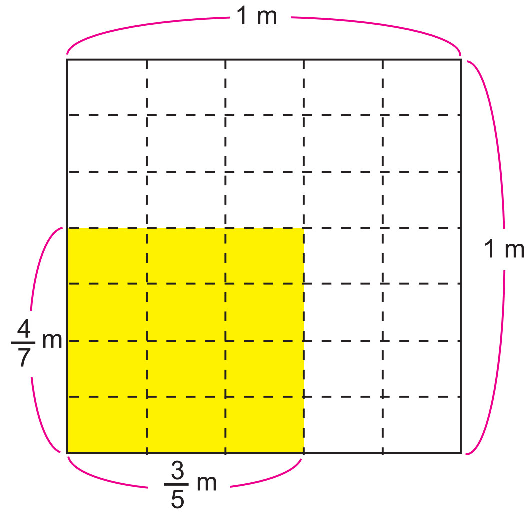
e) $2\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$ f) $2\frac{3}{7} \times 4$ g) $5 \times 2\frac{1}{4}$ h) $4\frac{2}{3} \times \frac{3}{7}$

7. a) $2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{5}$ b) $2\frac{1}{4} \times 1\frac{5}{6}$ c) $1\frac{7}{8} \times 1\frac{5}{9}$ d) $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e) $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$ f) $2\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{3}$ g) $6 \times 2\frac{1}{3}$ h) $1\frac{5}{12} \times 15$

E. ¿Cuánto mide el área de un rectángulo cuyo largo mide $\frac{3}{5}$ m y su ancho mide $\frac{4}{7}$ m?

E1. Piensa en la manera de encontrarla.



En el rectángulo coloreado hay

3 x 4 = 12 rectángulos pequeños

que miden $\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{35}$ m^2 cada uno,

por lo tanto el rectángulo tiene un

área de $\frac{12}{35}$ m^2.

Si se sustituyen $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ en la fórmula:

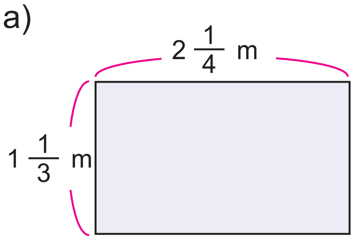
área = largo x ancho

Se obtiene $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$ (m^2), que coincide con el resultado anterior.

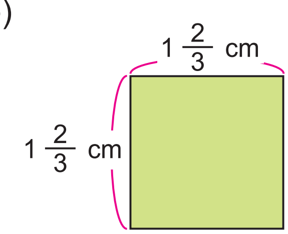
Se puede encontrar el área de un rectángulo aun cuando las medidas estén dadas en la forma de fracción.

8. Encuentra, en tu cuaderno, el área de las siguientes figuras.

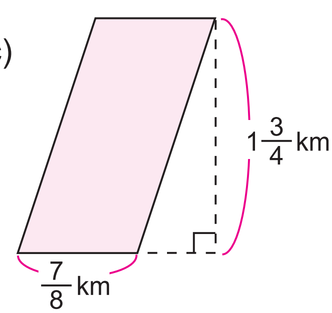
a)



b)



c)



F. Si 1 m de alambre pesa 12 g, ¿cuántos gramos pesan los alambres con las siguientes longitudes?

a) $1\frac{1}{4}$ m

$12 \times 1\frac{1}{4} = 12 \times \frac{5}{4} = 15$

R:15 g

b) 1 m

$12 \times 1 = 12$

R: 12 g

c) $\frac{3}{4}$ m

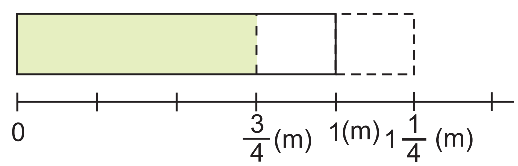
$12 \times \frac{3}{4} = 9$

R: 9 g

¿Cuál pesa menos que 12 g?

R: $\frac{3}{4}$ m de alambre pesa menos que 12 g.

Piensa la razón con la gráfica.



Cuando el multiplicador es menor que 1, el producto es menor que el multiplicando. Si el multiplicador es mayor que 1, el producto es mayor que el multiplicando.

9. ¿Cuáles de los siguientes productos son menores que $\frac{4}{5}$?

a) $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$ b) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5} \times 1$ e) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

G. Compara el resultado de los dos procedimientos.

a) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Observando el cálculo del numerador y del denominador, sabemos que son iguales por la propiedad de la multiplicación de números naturales.

G1. Compara el resultado de los dos procedimientos.

a) $\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{2}{7}$

$\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{2}{7} = \frac{8}{15} \times \frac{2}{7}$

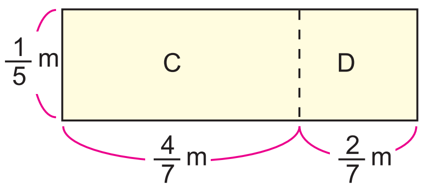
$= \frac{16}{105}$

b) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}\right)$

$\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{8}{35}$

$= \frac{16}{105}$

G2. Encuentra el área del rectángulo utilizando dos maneras diferentes.



a) Calcula como la suma de dos rectángulos C y D.

PO: $\mathbf{\frac{4}{7} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{5}}$

$\frac{4}{7} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{35} + \frac{2}{35}$

$= \frac{6}{35}$

R: $\mathbf{\frac{6}{35}\ m^2}$

b) Encuentra primero el largo del rectángulo y calcula el área.

PO: $\mathbf{\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{5}}$

$\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{6}{35}$

R: $\mathbf{\frac{6}{35}\ m^2}$

Como en los casos de los números naturales y de los números decimales, son válidas las siguientes propiedades:

$\square \times \bigcirc = \bigcirc \times \square$

$(\square \times \bigcirc) \times \triangle = \square \times (\bigcirc \times \triangle)$

$(\square + \bigcirc) \times \triangle = \square \times \triangle + \bigcirc \times \triangle$

$\square \times (\bigcirc + \triangle) = \square \times \bigcirc + \square \times \triangle$

El número 1 tiene la característica de no cambiar el producto.

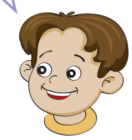
Ejemplo: $\frac{4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

10. Calcula aplicando las propiedades anteriores.

a) $\frac{7}{8} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{3}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{3}$

c) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{7}$ d) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{7}$

No es necesario indicar con paréntesis el orden del cálculo cuando se multiplican tres números.



H. Compara dos formas de calcular: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10}$

Ada: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{\overset{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{60}}}{\underset{\underset{21}{\cancel{63}}}{\cancel{630}}}$

$= \frac{2}{21}$

Moisés: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times 7 \times \underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{10}}}$

$= \frac{2}{21}$

Es mejor simplificar antes de multiplicar.

Calcula en tu cuaderno:

11. a) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{14}$ b) $3\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5} \times \frac{7}{10}$ c) $\frac{9}{10} \times 8 \times 4\frac{1}{6}$ d) $2\frac{1}{4} \times \frac{1}{15} \times 10$

12. a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ b) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6}$ c) $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$ d) $\frac{9}{16} \times \frac{4}{15}$

e) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{5}$ f) $\frac{6}{7} \times 1\frac{5}{9}$ g) $2\frac{1}{10} \times 4\frac{1}{6}$ h) $3 \times 1\frac{5}{9}$

i) $3\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{5}$ j) $3\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \times 1\frac{1}{5}$ k) $2\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times 1\frac{2}{3}$ l) $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3} + 1\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$

Lección 3 | Dividamos fracciones

A. Si se utiliza $\frac{2}{5}$ dℓ de pintura para pintar $\frac{3}{4}$ m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura se utilizarán para trazar 1 m de línea?

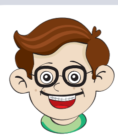
$\left(\text{Cantidad de pintura}\right) \div \left(\text{longitud de la línea}\right) = \left(\text{Cantidad de pintura para 1 m de línea}\right)$

A1. Escriba el PO.

PO: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

A2. Pensar en la forma del cálculo.

Tal y como hiciste en el caso de la multiplicación, piensa utilizando lo aprendido. Si no se te ocurre ninguna idea, puedes consultar las siguientes.



Armando

Primero encontraré la cantidad de pintura para $\frac{1}{4}$ m, y luego calcularé la cantidad para 1 m.

Ángela

Convierto $\frac{3}{4}$ en 3 multiplicando por 4 y utilizo la propiedad de la división.

Roberto

Utilizo la gráfica.

Armando

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \div 3 \times 4$$
$$= \frac{2}{5 \times 3} \times 4$$
$$= \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

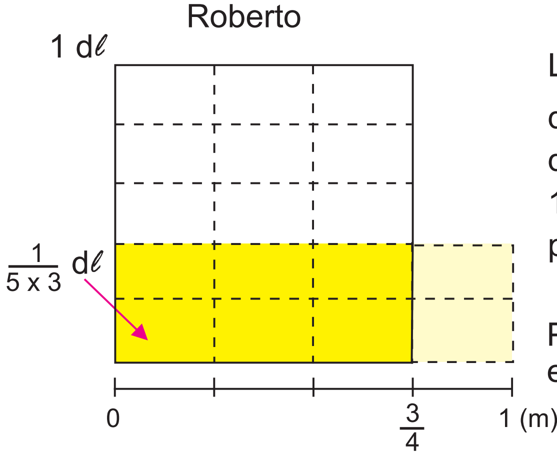
Ángela

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \boxed{?}$$

x 4   x 4   Igual

$$\frac{2 \times 4}{5} \div 3 = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

Roberto



La parte coloreada más oscura representa $\frac{2}{5}$ dℓ de pintura y la parte coloreada arriba del segmento de 0 a 1 m representa la cantidad de pintura para 1 m, o sea el cociente, y consiste en 2 x 4 partes pequeñas que representa $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$ dℓ.

Por lo tanto el área que corresponde a 1m es: $\frac{1}{5 \times 3} \times \frac{4 \times 2}{1} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$

PO: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$

$= \frac{8}{15}$

R: $\frac{8}{15}$ **dℓ**

Para dividir fracciones, se intercambian el numerador y el denominador del divisor y se multiplican las fracciones.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \frac{\diamond}{\bigcirc} = \frac{\triangle}{\square} \times \frac{\bigcirc}{\diamond}$$
$$= \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square \times \diamond}$$

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{7} \div \frac{4}{5}$ d) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$

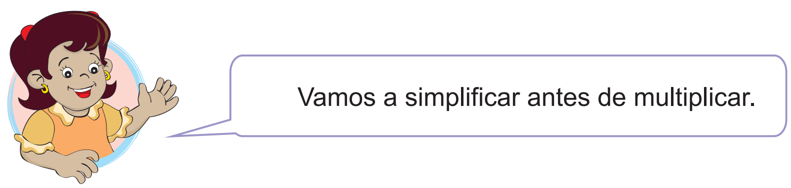
B. Calcula: $\frac{4}{5} \div \frac{2}{7}$

Carmen

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2}$$
$$= \frac{4 \times 7}{5 \times 2}$$
$$= \frac{28}{10}$$
$$= \frac{14}{5}$$
$$= 2\frac{4}{5}$$

Oswaldo

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2}$$
$$= \frac{\cancel{4}^{2} \times 7}{5 \times \cancel{2}_{1}}$$
$$= \frac{14}{5}$$
$$= 2\frac{4}{5}$$



2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{8} \div \frac{7}{10}$ b) $\frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$ c) $\frac{8}{15} \div \frac{14}{45}$ d) $\frac{4}{9} \div \frac{5}{6}$ e) $\frac{3}{5} \div \frac{9}{25}$

C. Calcula: $5 \div \frac{3}{8}$

$$5 \div \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \div \frac{3}{8}$$
$$= \frac{5}{1} \times \frac{8}{3}$$
$$= \frac{5 \times 8}{1 \times 3}$$
$$= \frac{40}{3}$$
$$= 13\frac{1}{3}$$

$$5 \div \frac{3}{8} = 5 \times \frac{8}{3}$$
$$= \frac{5 \times 8}{3}$$
$$= \frac{40}{3}$$
$$= 13\frac{1}{3}$$

Calcula en tu cuaderno:

3. a) $4 \div \frac{3}{5}$ b) $7 \div \frac{5}{6}$ c) $1 \div \frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5} \div 2$ e) $\frac{3}{8} \div 3$

4. a) $6 \div \frac{8}{9}$ b) $9 \div \frac{12}{17}$ c) $8 \div \frac{6}{7}$ d) $\frac{6}{7} \div 3$ e) $\frac{14}{15} \div 7$

5. a) $12 \div \frac{6}{7}$ b) $18 \div \frac{9}{10}$ c) $10 \div \frac{5}{6}$ d) $20 \div \frac{10}{13}$ e) $21 \div \frac{7}{9}$

D. Calcula: $1\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{3}$

$$1\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{3} = \frac{8}{5} \div \frac{7}{3}$$
$$= \frac{8}{5} \times \frac{3}{7}$$
$$= \frac{24}{35}$$

La división de fracciones mixtas se calcula después de convertirlas en fracciones impropias, como en el caso de la multiplicación.

6. a) $1\frac{2}{7} \div 1\frac{3}{5}$ b) $2\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$ c) $2\frac{1}{3} \div 2\frac{2}{5}$ d) $2\frac{1}{7} \div 2\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{7} \div 2\frac{4}{5}$ f) $1\frac{1}{3} \div \frac{5}{11}$ g) $13 \div 2\frac{1}{3}$ h) $6\frac{1}{5} \div 4$

7. a) $1\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6}$ b) $3\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{7}$ c) $1\frac{1}{5} \div 1\frac{7}{15}$ d) $\frac{3}{8} \div 2\frac{1}{4}$

e) $1\frac{11}{14} \div \frac{5}{7}$ f) $6 \div 1\frac{4}{5}$ g) $2\frac{2}{3} \div 6$ h) $3\frac{1}{5} \div \frac{8}{15}$

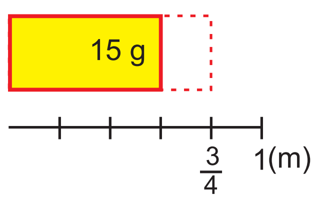
E. Hay dos alambres. Cada uno pesa 15 g. El alambre A mide $1\frac{1}{4}$ m de longitud y el B $\frac{3}{4}$ m. ¿Cuántos gramos pesa 1 m de cada uno de estos alambres?

Alambre A:
PO: $15 \div 1\frac{1}{4} = 12$ **R: 12g**

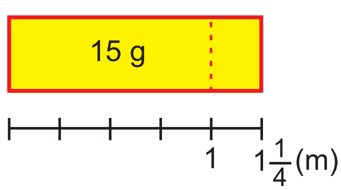
Alambre B:
PO: $15 \div \frac{3}{4} = 20$ **R: 20g**

E1. ¿En cuál de las divisiones anteriores el cociente es mayor que el dividendo?

PO: $15 \div \frac{3}{4}$



PO: $15 \div 1\frac{1}{4}$



Piensa la razón usando la gráfica de la izquierda.

En la división de fracciones, como en el caso de la división de números decimales, el cociente es mayor que el dividendo cuando el divisor es menor que 1. El cociente es menor que el dividendo cuando el divisor es mayor que 1.

8. ¿En cuál de las divisiones, el cociente es mayor que 20?

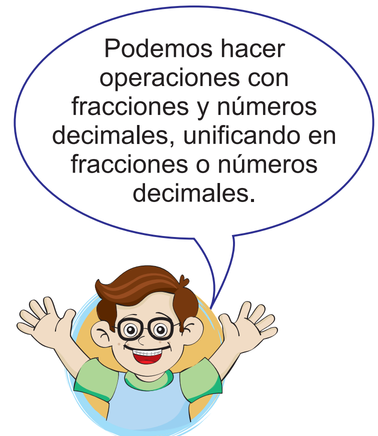
a) $20 \div 2\frac{1}{3}$ b) $20 \div \frac{2}{3}$ c) $20 \div \frac{10}{3}$ d) $20 \div \frac{5}{6}$

Lección 4 Calculemos con fracciones y números decimales

A. Roberto y Alejo quieren saber cuánto recorrerán, si primero recorren $\frac{1}{4}$ km y luego recorren 0.2 km. ¿Cuántos kilómetros recorren por todo?

A1. Escribe el PO: **PO: $\frac{1}{4} + 0.2$**

A2. Piensa cómo resolverlo.



Ramón

$0.2 = \frac{1}{5}$ por lo tanto

PO: $\frac{1}{4} + 0.2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$= \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$

R: $\frac{9}{20}$ km

Paola

$\frac{1}{4}$ + 0.25 por lo tanto

PO: $\frac{1}{4} + 0.2 = 0.25 + 0.2$

$= 0.45$

R: 0.45 km

B. Si ellos recorren 0.7 km primero, y luego $\frac{1}{3}$ km, ¿cuántos km recorrerán?

B1. Escribe el PO. **PO: $0.7 + \frac{1}{3}$**

B2. Piensa cómo resolver.

Roberto

$\frac{1}{3}$ = 0.333... por lo tanto,

PO: 0.7 + 0.333... = 1.033...

Marta

$0.7 = \frac{7}{10}$ por lo tanto,

PO: $\frac{7}{10} + \frac{1}{3}$

$\frac{7}{10} + \frac{1}{3} = \frac{21+10}{30}$

$= \frac{31}{30}$

$= 1\frac{1}{30}$

Hay fracciones que no se pueden representar en números decimales. En este caso los números decimales se convierten en fracciones, para hacer el cálculo.

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{10} + 0.7$ b) $\frac{2}{5} + 0.6$ c) $\frac{1}{2} - 0.25$ d) $0.75 + 2\frac{1}{4}$

e) $0.3 + \frac{2}{3}$ f) $\frac{6}{7} - 0.5$ g) $\frac{4}{9} + 2.5$ h) $3.2 - 1\frac{1}{3}$

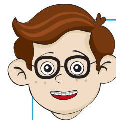
C. Encuentra el resultado de $\frac{3}{4}$ x 0.8

Lorena

$\frac{3}{4}$ = 0.75 por lo tanto

$\frac{3}{4}$ x 0.8 = 0.75 x 0.8

= 0.6



Mario

$0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ por lo tanto

$\frac{3}{4} \times 0.8 = \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{5}$

$= \frac{3}{5}$

C1. Calcula $0.9 \div \frac{3}{4}$

$0.9 = \frac{9}{10}$ por lo tanto

$0.9 \div \frac{3}{4} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{4}$

$= \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{5}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{3}_{1}}$

$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

$\frac{3}{4} = 0.75$ por lo tanto

$0.9 \div \frac{3}{4} = 0.9 \div 0.75$

Multiplicamos por 100 los dos números para eliminar los decimales del divisor.

90 ⌊75
75 1.2
150
150
0

2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $0.2 \times \frac{5}{8}$

b) $\frac{4}{5} \times 0.25$

d) $\frac{3}{5} \div 1.5$

e) $3\frac{1}{3} \times 1.7$

g) $0.4 \div 2\frac{2}{3}$

h) $2\frac{4}{5} \div 0.07$

Sabías que...

Hay fracciones en las que al dividir el numerador entre el denominador para convertirlas en números decimales el cociente se repite.

como $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{9}$. 1 ÷ 3 = 0.333...
1 ÷ 9 = 0.111...

A estos decimales se les llama **decimales periódicos** y a la parte que se repite **período**.

Encuentra más fracciones que son decimales periódicos.

Lección 5 | Combinemos operaciones

A. Encuentra el resultado de $\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5}$

Luis

$$\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \div \frac{4}{5}$$

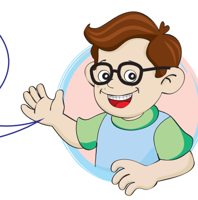
$$= \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

Miguel

$$\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{1} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$= 1$$

Miguel lo resuelve más fácil simplificando en el proceso.



1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{6} \times 2 \div \frac{1}{3}$ c) $2\frac{1}{2} \div 3 \times 1\frac{1}{5}$

d) $4\frac{2}{5} \times \frac{1}{11} \div 5$ e) $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{4}$ f) $1\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}$

B. Calcula: $\frac{4}{5} \div \frac{14}{3} \times 5 \div \frac{6}{7}$

$$\frac{4}{5} \div \frac{14}{3} \times 5 \div \frac{6}{7} \quad = \frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{7}}}{\cancel{14}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{1}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}} = 1$$

Un planteamiento con multiplicación y división se puede convertir en un planteamiento únicamente con multiplicación.

2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6} \times 2$ b) $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times 1\frac{7}{8} \div \frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7} \div \frac{5}{7}$

d) $5 \div 2\frac{2}{9} \div 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ e) $5 \times 0.1 \div \frac{1}{5} \times 2$ f) $2 \div \frac{1}{2} \times 4 \div 0.2$

g) $1.8 \times 1\frac{1}{2} \times 4 \div 9$ h) $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} \times 1.2 \div 3.5$ i) $3.2 \div \frac{3}{5} \times 1.2 \times 2.5$

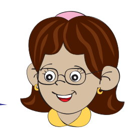
C1. Encuentra el resultado de $4 + \frac{1}{5} \times 3$ y $7 - \frac{1}{3} \times 6$

Raquel:

$$4 + \frac{1}{5} \times 3 = 4 + \frac{1 \times 3}{5}$$
$$= 4 + \frac{3}{5}$$
$$= 4\frac{3}{5}$$

Cindy:

$$7 - \frac{1}{3} \times 6 = 7 - \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$= 7 - 2$$
$$= 5$$



3. Resuelve en tu cuaderno.

a) $8 + \frac{2}{3} \times 3$

b) $12 - \frac{1}{2} \times 4$

c) $15 - 1\frac{1}{5} \times 10$

d) $9 - 2\frac{2}{5} \div \frac{3}{10}$

e) $7 \div 2\frac{1}{2} + 2$

f) $9\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

C2. Encuentra el resultado de $\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \div \left(\frac{3}{12} - \frac{2}{12}\right) \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \overset{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$= 1$$

4. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{5}{9} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \times 3\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c) $0.7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d) $2.5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0.4$

e) $\left(0.75 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{2}{7} \times 1.5$

f) $\frac{5}{6} \div 0.3 \times \left(\frac{3}{4} + 1.5\right)$

C3. Resuelve: $\left(1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right)$

$$\left(1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{6} \div \frac{11}{24}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{4}{\cancel{24}}}{\cancel{11}}$$

$$= 4$$

5. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right)$

b) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right)$

c) $\left(1\frac{3}{7} + 2\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3}\right)$

d) $\left(3 - \frac{5}{6}\right) \div \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}\right)$

e) $\left(3 - \frac{3}{5}\right) \times \left(4.5 - \frac{3}{4}\right)$

f) $\left(0.5 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1\frac{7}{8} - 1.25\right)$

Ejercicios

Calcula en tu cuaderno.

1. a) $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$ b) $1\frac{1}{8} \times \frac{4}{15}$ c) $3\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{6}$ d) $7\frac{1}{2} \times 6 \times 1\frac{3}{5}$

2. a) $\frac{6}{7} \div 3$ b) $\frac{3}{7} \div \frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$ d) $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$ e) $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

3. a) $1\frac{7}{8} \div 1\frac{1}{13} \div \frac{5}{16}$ b) $7\frac{1}{2} \times 8\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{24}$ c) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} \times \frac{3}{5}$

Ejercicios

4. Resuelve en tu cuaderno.

a) Si 1 ℓ de jugo pesa $1\frac{1}{12}$ kg, ¿cuánto pesan $5\frac{1}{7}$ ℓ de ese jugo?

b) Si un vehículo gastó $2\frac{1}{2}$ ℓ de combustible para recorrer $31\frac{1}{4}$ km, ¿cuántos litros de combustible gastó para recorrer 1 km?

c) Se regaron $3\frac{9}{14}$ ℓ de agua en $2\frac{19}{28}$ m^2 de arriate. ¿Cuántos litros de agua se regaron en 1 m^2?

d) Para pintar 1 m^2 de pared se necesitan $1\frac{1}{4}$ ℓ de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitarán para pintar $5\frac{3}{7}$ m^2 de pared?

e) Hay una varita de hierro que mide $\frac{7}{8}$ m y pesa $1\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuántos kilogramos pesa 1 m de esta varita?

5. Calcula en tu cuaderno.

a) $\left(\frac{5}{9} \div \frac{19}{27}\right) - \frac{2}{3}$

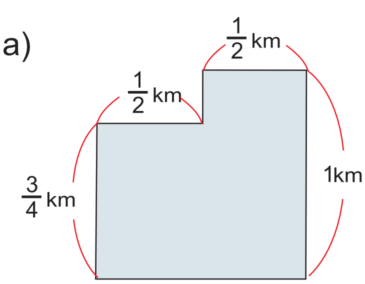
b) $\left(1 + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6}\right) \times \frac{2}{3} \div 14$

c) $\left(\frac{1}{2} + 0.3\right) \times 0.6$

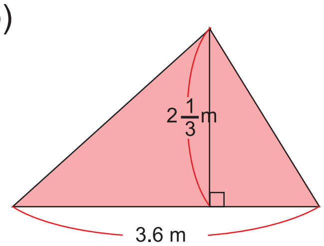
d) $\frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{2} - 0.4\right) \div \frac{1}{3}$

6. Encuentra el área o volumen, en tu cuaderno.

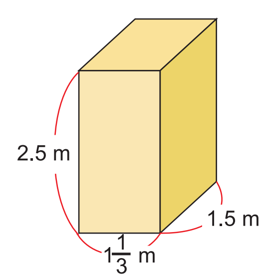
a)



b)



c)



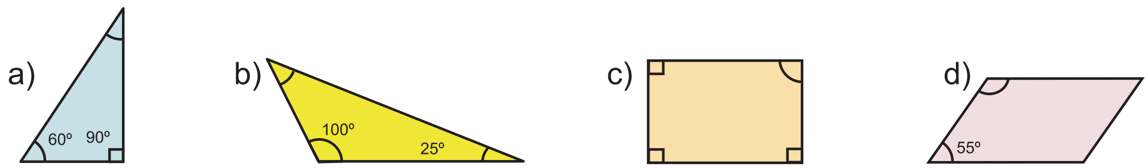
Unidad 2

Tracemos figuras

Recordemos

Resuelve en tu cuaderno.

1. ¿Cuál es la medida de los ángulos que hacen falta?



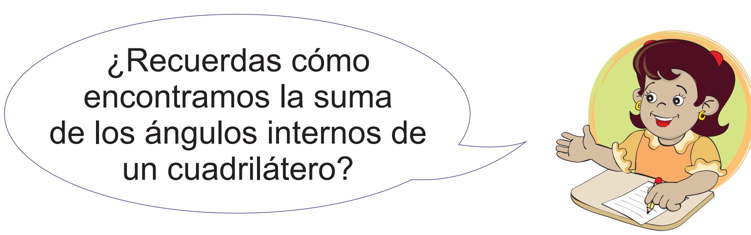
2. ¿Cuánto miden en total los ángulos internos de cualquier triángulo?

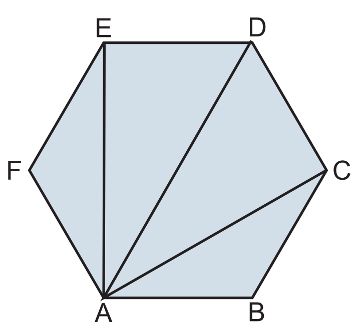
3. ¿Cuánto miden en total los ángulos internos de cualquier cuadrilátero?

Lección 1 | Sumemos ángulos internos de polígonos regulares

A. Rossana hizo un mantel individual con forma de hexágono regular. Ella desea saber cuántos grados miden en total los 6 ángulos internos que tiene su mantel.

A1. ¿Cómo se puede averiguar la suma de los ángulos internos de un hexágono?





A2. Traza diagonales que parten de un mismo vértice.

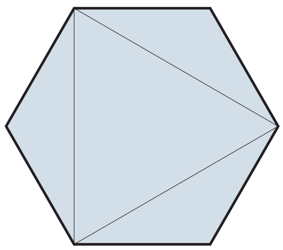
¿Cuántos triángulos se forman?

¿Cuántos grados miden los ángulos internos de uno de estos triángulos?

A2. ¿De qué otra forma puedes trazar diagonales para dividir el hexágono en triángulos?

R: Partiendo de diferentes vértices.

¿Cuántos triángulos se forman?



A3. Calcula en tu cuaderno la suma de los ángulos internos de los 4 triángulos.

PO: 180 x 4 = 720 **R: 720°**

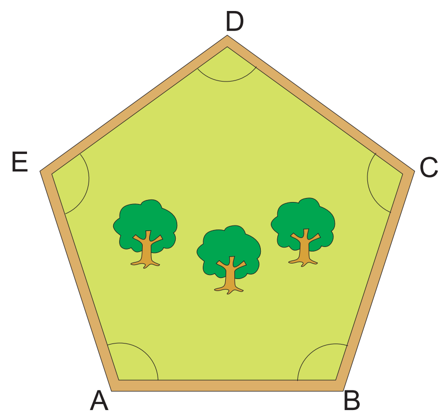
A4. ¿Cuánto mide cada uno de los 6 ángulos internos del hexágono?

PO: 720 ÷ 6 = 120 **R: 120°**

A5. Comprueba estos resultados midiendo los ángulos con transportador.

La suma de los ángulos internos de un polígono es igual a la suma de los ángulos internos de los triángulos que se forman al trazar diagonales que no se cortan.

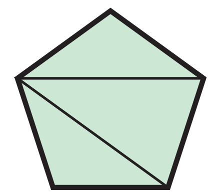
B. Eduardo tiene un jardín en forma de pentágono regular. Desea saber cuánto mide el total de los cinco ángulos internos y cuánto mide cada ángulo.



B1. Piensa cómo se encuentra el total de los cinco ángulos.

Trazando las diagonales, se pueden formar 3 triángulos.

PO: 180 x 3 = 540   R: 540º



En los hexágonos se forman 4 triángulos, y en los pentágonos 3 triángulos, cuando se trazan diagonales que parten del mismo vértice.

Entonces,
el número de
triángulos se encuentra
restando 2 al número
de lados

La suma de ángulos internos de un polígono se encuentra utilizando la fórmula:

180 grados x (números de lados - 2)

En el hexágono: 180 x (6 - 2) = 180 x 4 = 720   **R = 720°**

En el pentágono: 180 x (5 - 2) = 180 x 3 = 540   **R = 540°**

B2. ¿Cuánto mide cada uno de los cinco ángulos internos?

PO: 540 ÷ 5 = 108   R: 108º

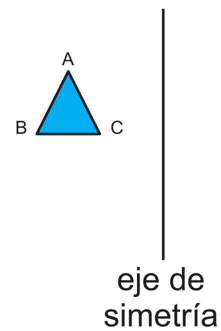
1. Resuelve en tu cuaderno.

Dieguito construyó en octubre un “papalote volador” con forma de octágono regular para elevarlo en vacaciones. ¿Cuántos grados mide cada uno de sus 8 ángulos internos?, ¿cuántos grados suman los 8 ángulos internos?

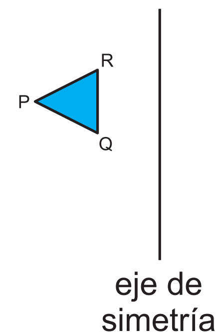
Recordemos

1. Dibuja en tu cuaderno.

a)



b)



2. Haz en tu cuaderno una figura simétrica con respecto al eje de simetría.

3. Ponle las letras correspondientes a esas figuras dibujadas.

Lección 2 | Utilicemos la simetría para trasladar figuras

A. Marcelo pintó con tinta un triángulo en la parte izquierda de una hoja de papel. Enseguida dobló la hoja de papel en dos partes iguales, y ocurrió que por no haberse secado bien la tinta, se formó otro triángulo en la parte derecha de la hoja.

A1. ¿Cómo son esos triángulos?

R: Simétricos.

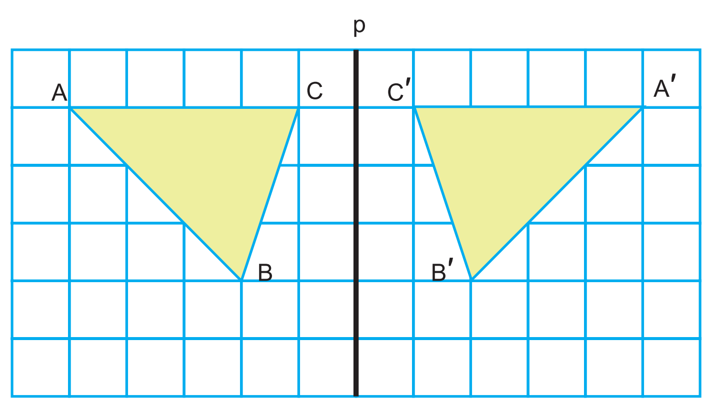
A2. Escribe la respuesta en tu cuaderno.

a) ¿Cuál será el eje de simetría?

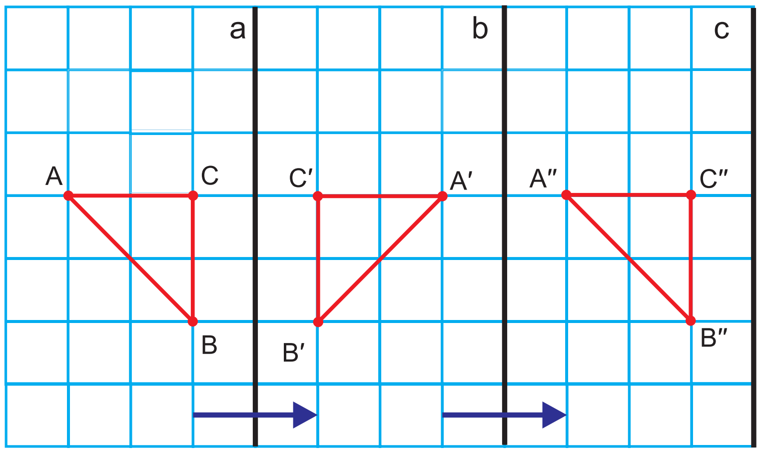
b) ¿Por qué estos triángulos son simétricos?

c) ¿Por qué A y A′ son "correspondientes"?

El triángulo C′ B′ A′ es el transformado de ABC, mediante la simetría de eje "p".



B. Observa.



B1. Contesta.

a) ¿Cuántas simétrias observas?

b) ¿Qué letras nombran a los ejes de simetria?

B2. Contesta.

a) ¿Son simétricos los triángulos A B C y A′ B′ C′ con respecto al eje “a”? ¿Por qué?

b) ¿Son simétricos los triángulos A′ B′ C′ y A″ B″ C″ con respecto al eje “b”? ¿Por qué?

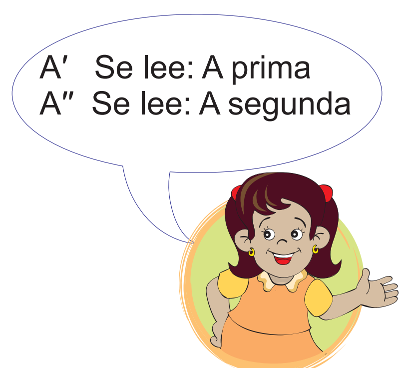
c) ¿Son simétricos los triángulos ABC y A″ B″ C″ ¿Por qué?

d) ¿Son paralelos el eje “a” y el eje “b”? ¿Por qué?

Se observa que el triángulo A B C se traslada a A″ B″ C″. Es decir se movió en una sola dirección, sin girar.

En la primera simetría, los vértices del triángulo A B C se convirtieron en A′ B′ C′; y en la segunda en A″ B″ C″, que tienen la misma posición.

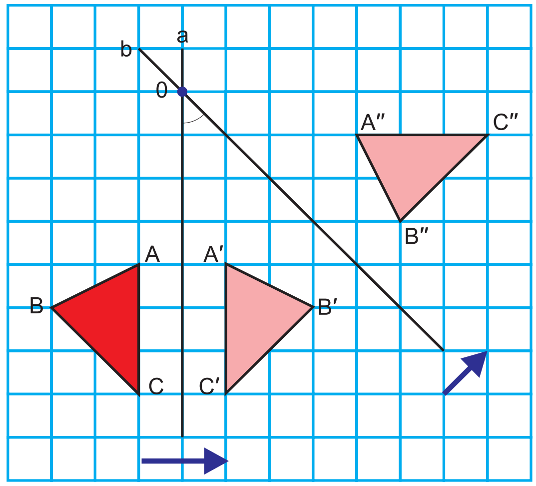
Cuando esto sucede, se dice que se ha dado una traslación de la figura.



Cuando se realizan dos simetrías consecutivas con ejes paralelos, se tiene un movimiento de **traslación.**

1. Traza en tu cuaderno dos simetrías consecutivas de un rectángulo con ejes de simetría paralelos.

C. Observa dos simetrías.



C1. Comenta.

a) ¿Qué diferencias observas entre los ejes de esta simetría y los ejes de la simetría de la página anterior?

b) ¿En qué punto se cruzan estos ejes?

c) ¿La simetría del eje “b”, siguió la misma dirección que la simetría del eje “a”?

Se observa que ABC se desplazó y cambió de dirección convirtiéndose en A″ B″ C″.

C2. Escribe la respuesta en tu cuaderno.

a) ¿Qué letras representan los ejes que se cortan?

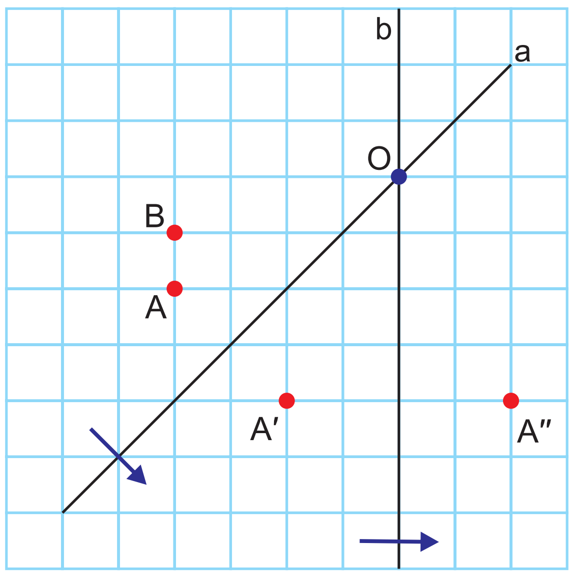
b) ¿Es simétrico el triángulo A″ B″ C″ con A′ B′ C′ respecto al eje “a”? ¿Por qué?

c) ¿Es simétrico el triángulo A″ B″ C″ con A′ B′ C′ respecto al eje “b”? ¿Por qué?

Cuando se realizan dos simetrías consecutivas con ejes que se cruzan se ha realizado un movimiento que se denomina **giro**.

2. Traza dos simetrías consecutivas de un cuadrado con ejes que se cortan (giro).

D. Vamos a aplicar la simetría al movimiento de puntos con respecto a dos ejes que se cortan.



D1. Observa la figura y responde.

a) ¿Qué punto es simétrico a A, con respecto al eje “a”?

b) ¿Qué punto es simétrico a A″ con respecto al eje “b”?

Este es un giro de puntos que se mueven simétricamente a ejes que se cruzan.

Los puntos A, A′ y A″ están a la misma distancia del punto O, cuando se trasladan o giran.

D2. Comprueba que las distancias son iguales utilizando el compás.

3. Termina en tu cuaderno el giro del punto B.

a) Encuentra B′, que es el punto simétrico de B, con respecto al eje “a”.

b) Encuentra el punto B″, que es el punto simétrico de B′, con respecto al eje “b”.

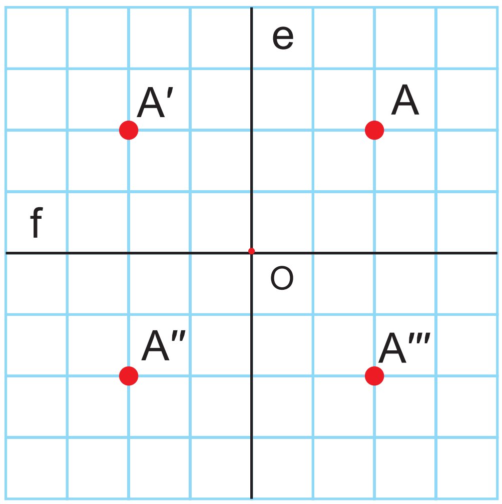
c) Comprueba con el compás si B, B′ y B″, están a la misma distancia de O.

4. Trabaja en tu cuaderno.

Haz el giro de un triángulo con respecto a ejes que se cortan.

¡Intentémoslo!

1. Dibuja en tu cuaderno dos ejes “e” y “f” que se cortan formando ángulos de 90º, y un punto A.



Responde o comenta:

a) ¿Cuál es el punto simétrico de A, con respecto a “e”?

b) ¿Cuál es el punto simétrico de A′ respecto al eje “f”?

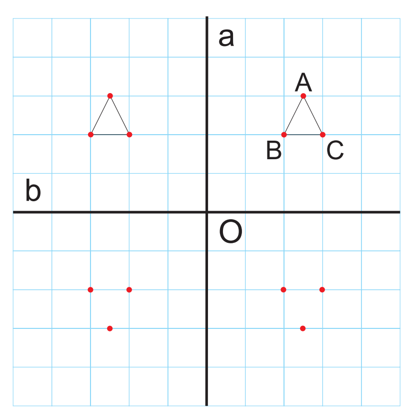
c) ¿Los puntos A, O, y el punto simétrico a A′ con respecto a “f”, están en línea recta?

d) Usa compás, haz centro en O, y con la distancia de OA, traza una circunferencia.

e) ¿Qué observas?

El producto de estas dos simetrías consecutivas de ejes perpendiculares que se cruzan es un giro de 180º. Esta simetría se llama simetría central.

2. Aplica sucesivamente al triángulo A B C, dos simetrías de ejes “a” y “b”. Trabaja en tu cuaderno.



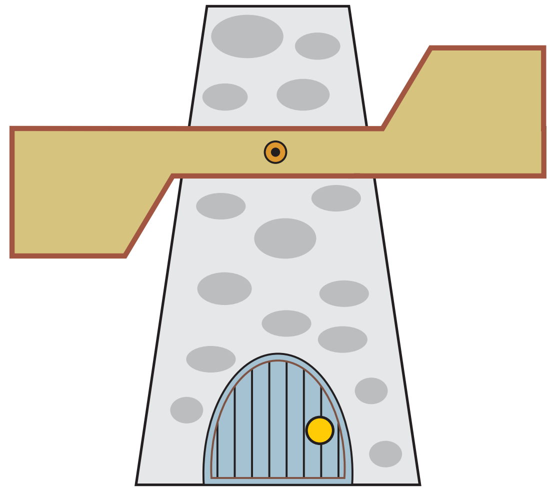
a) ¿Qué triángulo es simétrico al triángulo ABC, con respecto al eje “a”?

b) ¿Qué triángulo es simétrico a A′ B′ C′, con respecto al eje “b”?

c) ¿Qué otro triángulo es simétrico a A″ B″ C″ con respecto al eje “a”?

d) ¿Los cuatro triángulos están a la misma distancia de O?

Lección 3 Construyamos figuras que tienen simetría rotacional



A. En un libro de cuentos, Yésica vio un molino de viento como el del dibujo de la derecha.

A1. Observa la figura de la hélice y comenta cómo es.

A2. Calca en una hoja de papel la figura de la hélice y recórtala. Confirma, si la figura tiene simetría con respecto a un punto doblándola por la mitad.

Esta hélice no tiene simetría reflexiva porque las dos partes no se sobreponen exactamente cuando se dobla por la mitad. La forma de la mitad derecha es igual a la de la izquierda, pero el sentido de cada paleta es diferente.

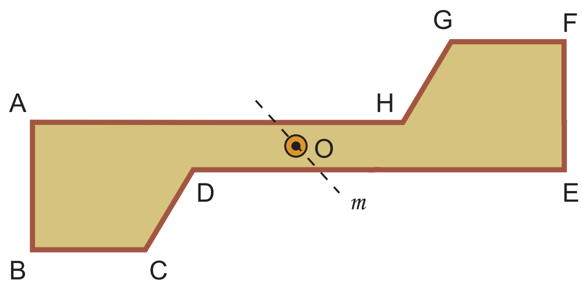
A3. Coloca la figura recortada encima de la hélice del dibujo. Empieza a moverla e investiga cómo se pueden sobreponer las dos partes.

Las dos mitades de esta figura se sobreponen exactamente al dar un giro (o rotación) de 180º alrededor de un punto.

En este caso, se dice que la figura es **simétrica con respecto a un punto**. Este punto central fijo se llama **centro de simetría**.

Si la mitad de una figura es simétrica a la otra mitad con respecto a un punto, esa figura tiene **simetría rotacional**.

B. Vamos a investigar sobre una figura que tiene simetría rotacional.



B1. Encuentra qué vértice, lado o ángulo se sobrepone al girar la figura 180º con el punto O como centro de giro.

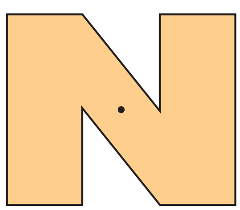
a) vértice A
b) lado BC
c) ángulo CDE

R: El vértice A se sobrepone al E, el lado BC al FG y el ángulo CDE al GHA.

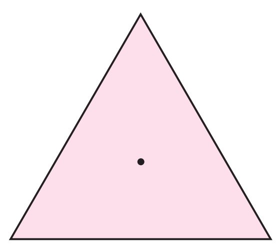
Los vértices que se sobreponen al dar un giro de 180º con respecto a un centro de simetría se llaman **vértices correspondientes**. Así mismo, los lados y los ángulos que se sobreponen se llaman **lados correspondientes** y **ángulos correspondientes**, respectivamente.

1. Identifica las figuras que tienen simetría rotacional, calcándolas en un papel.

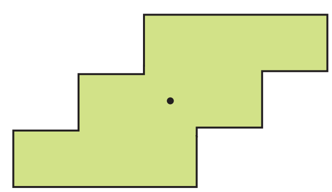
a)



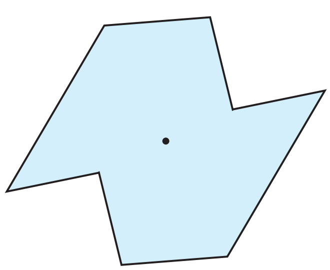
b)



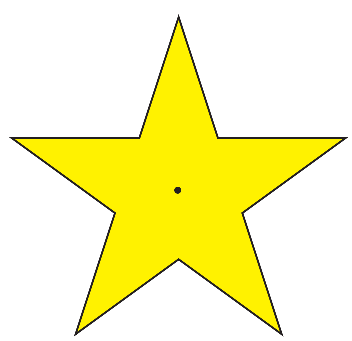
c)



d)

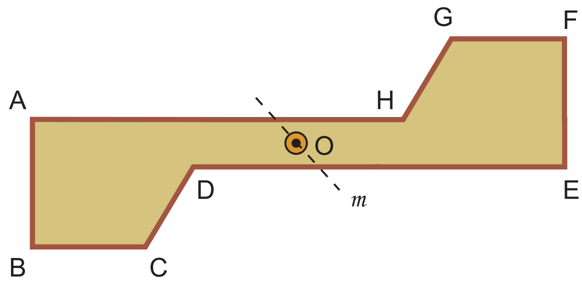


e)



2. Encuentra en tu entorno, objetos que tienen figuras con simetría rotacional.

B2. Vamos a investigar sobre las características de una figura que tiene simetría rotacional, trazando segmentos que unan dos puntos correspondientes.

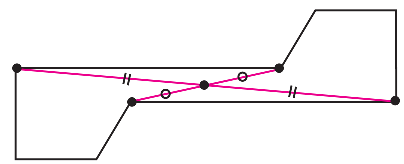


a) ¿En que punto se cortan los segmentos?

b) ¿Como es la distancia entre los puntos correspondientes y el centro de simetría?

La figura que tiene simetría rotacional tiene las características siguientes:

- Los segmentos que unen dos puntos correspondientes pasan por el centro de simetría.
- La distancia (longitud) entre el centro de simetría y cada uno de los dos puntos correspondientes es igual.

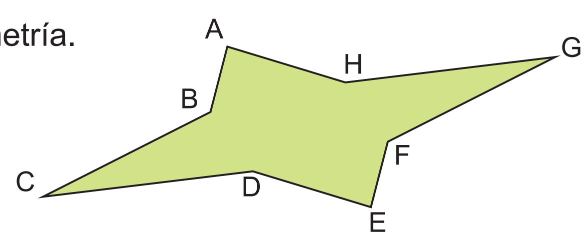


B3. Mide la longitud de los lados correspondientes y la abertura de los ángulos correspondientes.

En una figura que tiene simetría rotacional, las medidas de los lados correspondientes son iguales y las medidas de los ángulos correspondientes también son iguales.

3. Trabaja en tu cuaderno.

a) Di cómo se puede encontrar el centro de simetría.



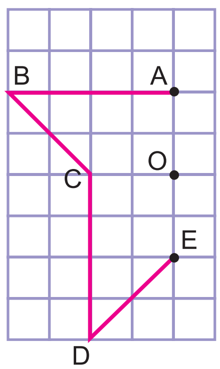
b) Calca la figura y encuentra el centro de simetría O.

c) ¿Cuál es el segmento que tiene la misma longitud que el segmento OB?

d) ¿Cuál es el segmento que tiene la misma longitud que el segmento OC?

C. Vamos a dibujar figuras que tienen simetría rotacional.

C1. Dibuja en papel cuadrículado una figura que tenga simetría rotacional.

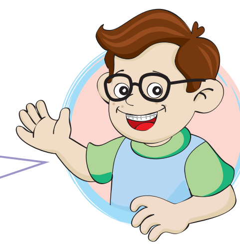


a) Copia en la cuadrícula los lados AB, BC, CD, DE y el centro de simetría O.

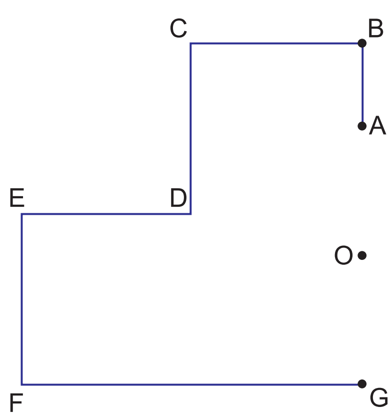
b) Completa la figura dibujando la otra mitad simétrica a la presentada con respecto al centro O.

c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si la figura completa tiene simetría rotacional.

Es más fácil ubicar primero los puntos correspondientes y luego unirlos en orden. En esta figura el punto A es correspondiente al punto E.



C2. Dibuja en tu cuaderno una figura que tenga simetría rotacional.



a) Copia los lados AB, BC, CD, DE, EF, FG y el centro de simetría O.

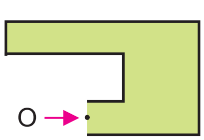
b) Completa la figura dibujando la otra mitad simétrica a la presentada con respecto al centro O.

Mide bien la distancia entre cada punto y el centro de simetría O.

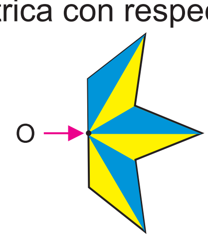
c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si la figura completa tiene simetría rotacional.

4. Completa cada figura dibujando la otra mitad simétrica con respecto al centro de simetría.

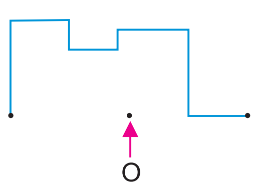
a)



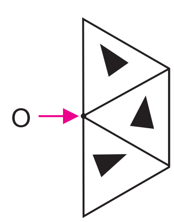
b)



c)

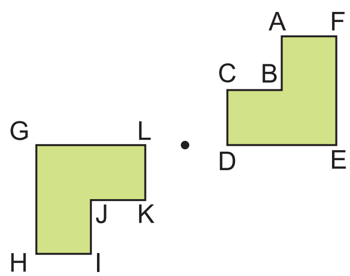


d)



Lección 4 | Construyamos figuras que tienen simetría rotacional entre sí

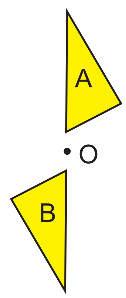
A. En la pared de la casa de Luis hay decoración con mosaicos.



A1. Observa los dos mosaicos de la izquierda e investiga la relación de la posición de las dos figuras de los mosaicos.

a) ¿Las figuras de los mosaicos son iguales?

b) ¿Cuándo se sobrepone una a la otra?



Las figuras A y B se sobreponen exactamente cuando se da un giro de 180º alrededor del punto O.

En este caso, se dice que las dos figuras son **simétricas con respecto al punto O**, que se llama **centro de simetría**.

Si B es la figura simétrica de A con respecto al centro O, estas figuras tienen **simetría rotacional entre sí**.

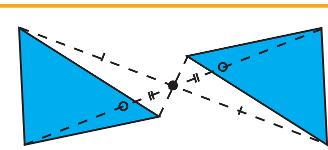
A2. Averigua utilizando el dibujo de los mosaicos, si las características de las figuras que tienen simetría rotacional son válidas en el caso de dos figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

a) Encuentra los puntos correspondientes entre las dos figuras.

b) Investiga si los segmentos que unen los puntos correspondientes pasan por el centro de simetría.

c) Investiga si la distancia entre el centro de simetría y cada uno de dos puntos correspondientes, es igual.

Las características de las figuras que tienen simetría rotacional son válidas en el caso de dos figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

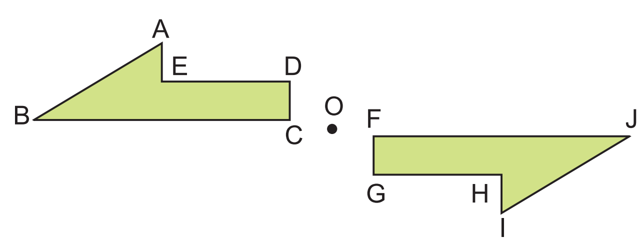


1. Encuentra los vértices, los lados y los ángulos que corresponden a:

a) vértice A

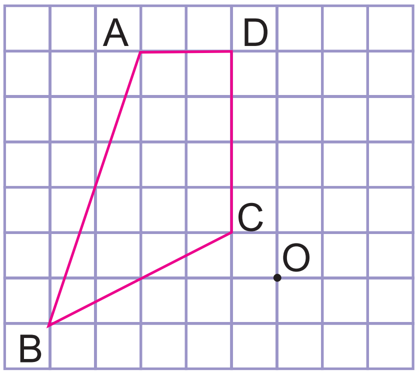
b) lado BC

c) ángulo CDE



B. Vamos a dibujar figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

B1. Dibuja en papel cuadriculado la figura simétrica.

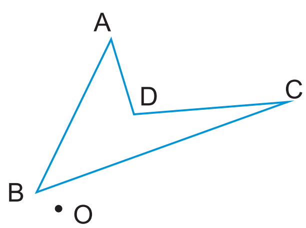


a) Dibuja la figura ABCD y el centro de simetría O.

b) Dibuja la figura EFGH simétrica a la figura ABCD con respecto al centro O.

c) Comprueba con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si las figuras tienen simetría rotacional entre sí.

B2. Dibuja en papel sin cuadrícula.



a) Calca la figura ABCD y el centro de simetría O.

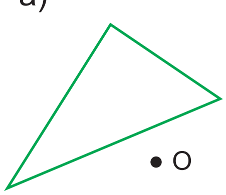
b) Dibuja la figura EFGH simétrica a la figura ABCD con respecto al centro O.

Mide bien la distancia entre cada vértice y el centro de simetría O y apunta el vértice correspondiente que tienen la misma distancia.

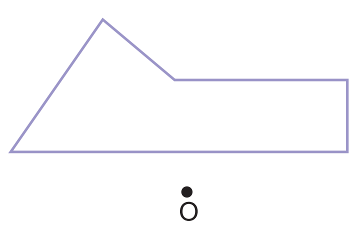
c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si las figuras tienen simetría rotacional entre sí.

2. Dibuja en tu cuaderno la figura simétrica a cada una de las siguientes figuras, con respecto al centro de simetría indicado.

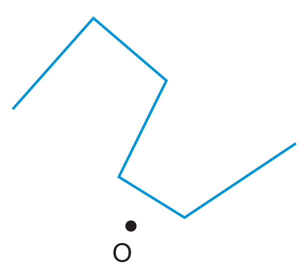
a)



b)



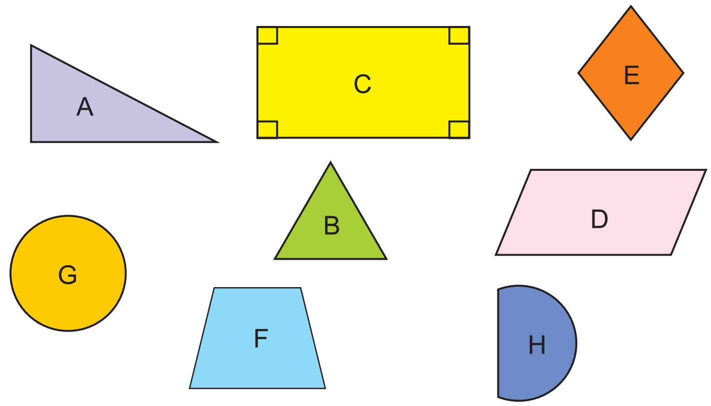
c)



Ejercicios

Trabaja en tu cuaderno.

1. Selecciona entre las figuras presentadas, las que satisfacen las siguientes condiciones.



a) Tienen simetría reflexiva.

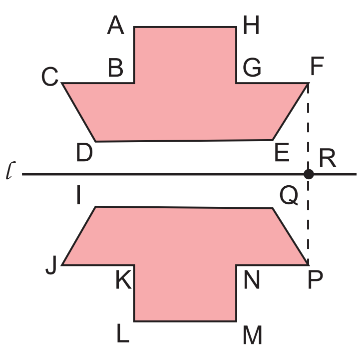
b) Tienen simetría rotacional.

c) Tienen simetría reflexiva y rotacional.

d) No tienen simetría reflexiva ni rotacional.

2. Calca las figuras anteriores, dibuja los ejes y el centro de simetría en ellas.

3. Las siguientes figuras tienen simetría reflexiva entre sí.



a) ¿Cuál es el punto que corresponde al vértice B?

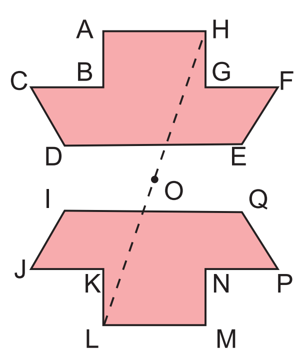
b) ¿Cuál es el lado que corresponde al lado QP?

c) ¿Cuál es el ángulo que corresponde al ángulo CDE?

d) ¿Cómo cruzan el eje de simetría los segmentos que unen los puntos correspondientes?

e) Si el segmento FP mide 4 cm, ¿cuánto mide el segmento FR?

4. Las siguientes figuras tienen simetría rotacional entre sí.



a) ¿Cuál es el punto que corresponde al vértice B?

b) ¿Cuál es el lado que corresponde al lado QP?

c) ¿Cuál es el ángulo que corresponde al ángulo CDE?

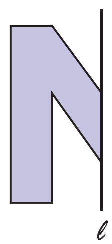
d) ¿Por dónde pasan todos los segmentos que unen los puntos correspondientes?

e) Si el segmento HL mide 10 cm, ¿cuánto mide el segmento HO?

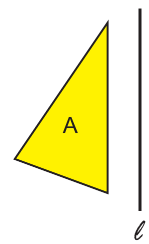
Ejercicios

5. Dibuja lo que se pide a continuación. (Primero calca en tu cuaderno cada figura y eje o centro de simetría indicado.)

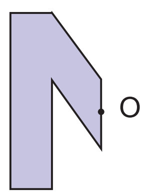
a) La otra mitad simétrica a la parte de la figura con respecto al eje ℓ.



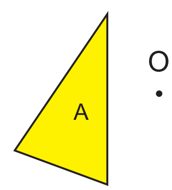
b) La figura simétrica a la figura A con respecto al eje ℓ.



c) La otra mitad simétrica a la parte de la figura con respecto al centro O.



d) La figura simétrica a la figura A con respecto al centro O.



Nos divertimos

- Juego “Busquemos los correspondientes”.

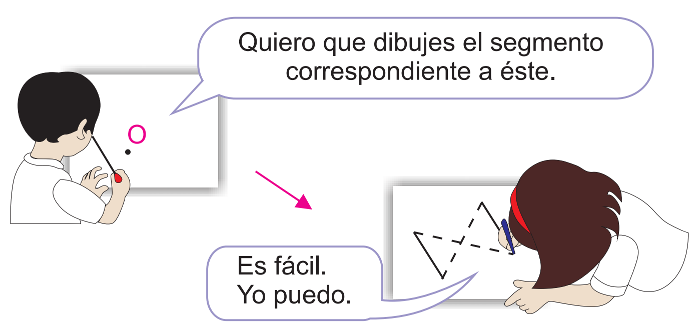
Instrucciones

1. Formar parejas.
2. Hacer un sorteo con piedra-papel-tijeras para decidir el turno.
3. El que ganó dibuja en el cuaderno o en una hoja de papel un centro de simetría O y un punto (o un segmento o un ángulo).
4. La otra persona dibuja el punto (o segmento o ángulo) correspondiente con respecto al centro de simetría.
5. Seguir así sucesivamente cambiando el turno.
6. Si se dibujó correctamente gana un punto.

Puede ser que los puntos dependan de lo que se dibuje, por ejemplo:

- los puntos correspondientes (1 punto)
- los segmentos correspondientes (2 puntos)
- los ángulos correspondientes (3 puntos), etc.

7. La persona que consiguió más puntos gana.



- Se puede aplicar este juego a la simetría reflexiva.

Unidad 3

Identifiquemos razones

Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

1. Gerardo tiene 18 años; su hermano Diego la mitad de la edad de él y su papá 5 veces la edad de Diego. ¿Cuál es la edad de su papá?

2. Resuelve.

a) 0.25×8.2 b) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$ c) $6.75 \div 0.5$ d) $\frac{25}{12} \div \frac{5}{6}$

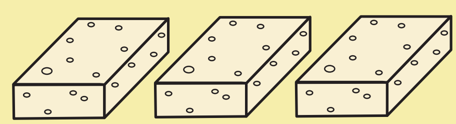
Lección 1 Expresemos la relación entre cantidades

A. Doña Sonia está preparando pupusas de queso para su familia. Ella aumenta y disminuye las cantidades de masa y queso, de manera que el sabor sea siempre el mismo.

Receta para pupusas

harina para masa

queso



A1. Expresa la relación entre la cantidad de harina y la cantidad de queso.

Cantidad de harina en libras	Cantidad de queso en libras
2	**3**

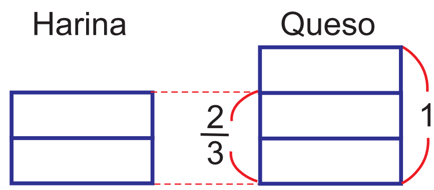
La relación entre la cantidad de masa y la cantidad de queso es de 2 a 3.

Para expresar la relación entre dos cantidades utilizamos “:” entre las cantidades, lo cual se lee “es a”. A esta relación se le llama r**azón geométrica.**

A2. ¿Qué número representa la cantidad de harina con respecto al queso?

$2 : 3 \Rightarrow \frac{2}{3}$

R: La razón geométrica es de $\frac{2}{3}$



La razón geométrica se puede expresar como fracción.

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \begin{array}{l} \leftarrow \text{Antecedente} \\ \leftarrow \text{Consecuente} \end{array}$$

$\frac{2}{3}$ es el valor de 2 : 3 cuando el valor de 3 se consideran como unidad (base).

$$2 : 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{2}{3} : 1$$

A3. Expresa la razón 0.7 : 1.5 como fracción.

$$\frac{0.7}{1.5} \underset{\times 10}{\overset{\times 10}{=}} \frac{7}{15}$$

En el numerador y el denominador de una fracción se usan números naturales, no decimales.

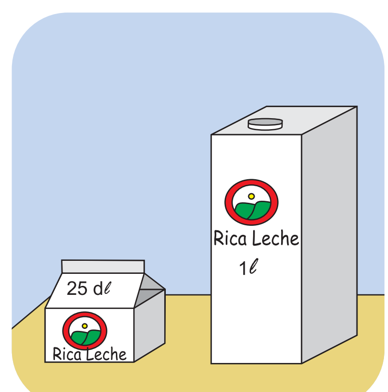
1. Escribe en tu cuaderno cada razón geométrica como fracción.

a) 3 : 5 b) 9 : 6 c) 3.2 : 0.9

2. ¿Qué razón representa 250 mℓ con relación a 1ℓ?

a) ¿Cuál es el antecedente?

b) ¿Cuál es el consecuente?

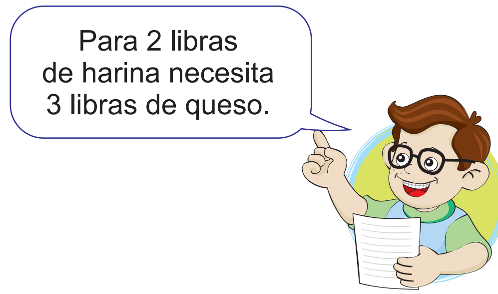


B. Ahora Doña Sonia quiere hacer pupusas para una fiesta. Si prepara la masa con 6 libras de harina, ¿cuántas libras de queso necesita?

B1. Piensa cómo resolver.

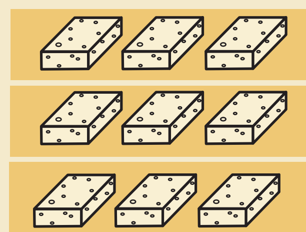
Rosy

Harina		Queso
2	→	3
4	→	3 x 2 = 6
6	→	3 x 3 = 9



Noé

Masa	Queso
2	3
↓	↓
6	$\boxed{?}$



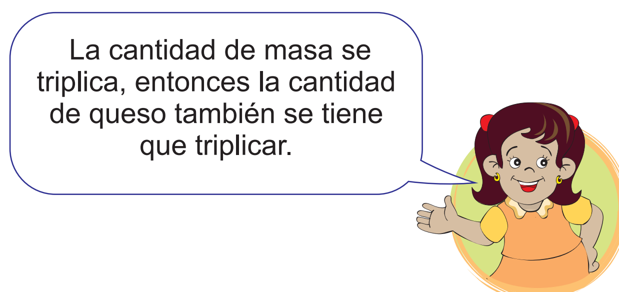
2 es a 3 → 2 : 3
6 es a 9 → 6 : 9

R: 9 libras de queso

B2. Compara las razones 2 : 3 y 6 : 9.

$2:3 \rightarrow \frac{2}{3}$

$6:9 \rightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3}$



R: Las dos razones son equivalentes.

Cuando dos razones geométricas se pueden representar con la misma fracción forman una **proporción**.
La proporción se expresa utilizando el signo "=".
2 : 3 = 6 : 9
A cada una de las cantidades se le llama **término.**

B3. Encuentra diferentes relaciones entre los números de la proporción 2 : 3 = 6 : 9

Sandra

x 3

2 : 3 = 6 : 9

x 3

Si se aumenta 3 veces el primer número el segundo número también aumenta 3 veces.

Ernesto

3 x 6 = 18

2 : 3 = 6 : 9

2 x 9 = 18

El producto de 3 x 6 es igual al producto de 2 x 9.

La proporción se mantiene cuando se multiplica o se divide una de las razones por el mismo número.

Tantas veces   Tantas veces

□ : △ = □ : △

3. Encuentra una proporción para cada razón.

a) 2 : 6   b) 6 : 8   c) 0.3 : 1

Sabías que...

Al comparar 2 cantidades restándolas estamos utilizando la **razón aritmética**. Ejemplo: Si Gerardo tiene 18 años y su papá 45; la razón aritmética entre ellos es:

45 – 18 = 27   27 años

En la razón aritmética se conservan las unidades.

Con las razones aritméticas no se forman proporciones.

C. Encuentra una razón equivalente a **63 : 49**, con números menores.

Oscar

$63 : 49 = (63 \div 7) : (49 \div 7)$

$= 9 : 7$

Mary

$63 : 49 = \dfrac{\cancel{63}^{\,9}}{\cancel{49}_{\,7}} = \dfrac{9}{7}$

$\dfrac{9}{7} = 9 : 7$

En las razones se puede simplificar.

C1. Simplifica las siguientes razones:

En caso de **a)** se convierte en números naturales.
En caso de **b)** se puede usar un denominador común también.

a) $0.9 : 1.2$

Josué

a) $0.9 : 1.2 \rightarrow \dfrac{0.9}{1.2} \underset{\times 10}{\overset{\times 10}{=}} \dfrac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{12}_{\,4}} = \dfrac{3}{4}$

Noemi

$0.9 : 1.2 = (0.9 \times 10) : (1.2 \times 10)$

$= 9 : 12 = 3 : 4$

$0.9 : 1.2 = 3 : 4$

b) $\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5}$

Myrna

b) $\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5} \rightarrow \dfrac{1}{3} \div \dfrac{4}{5} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{5}{12}$

Douglas

$\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5} = \left(\dfrac{1}{3} \times 15\right) : \left(\dfrac{4}{5} \times 15\right)$

$= 5 : 12$

$\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5} = 5 : 12$

4. Simplifica en tu cuaderno, las siguientes razones.

a) $12 : 8$ b) $9 : 24$ c) $16 : 40$ d) $20 : 35$

e) $0.6 : 0.4$ f) $4 : 2.8$ g) $\dfrac{3}{4} : \dfrac{7}{8}$ h) $1\dfrac{2}{5} : 3$

D. Si Doña Sonia desea preparar pupusas para otra fiesta con 12 libras de queso, ¿cuántas libras de harina necesita para la masa?

D1. Expresa la proporción utilizando $\boxed{?}$ para la cantidad de harina.

$\mathbf{3 : 2 = 12 :} \boxed{?}$

D2: Piensa cómo encontrar la respuesta.

Bernardo

12 es 4 veces 3.
Por lo tanto se multiplica 2 por 4.

$$3 : 2 = 12 : \boxed{8}$$

x 4

x 4

Yanira
La proporción de harina con respecto al queso es

$2 : 3 = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ es la cantidad de harina cuando la cantidad de queso se considera como 1.
Por lo tanto,

$12 \times \frac{2}{3} = 8$ **R: 8 libras de harina**

Sandra
El producto de los números extremos es igual al producto de los otros 2 números (medios).

$2 \times 12 = 24$

$$3 : 2 = 12 : \boxed{8} \qquad 3 \times \boxed{?} = 24 \qquad 24 \div 3 = 8$$

$3 \times \boxed{?} = 24$

R: 8 libras de harina

Si se conocen el valor de 3 términos de una proporción, el cuarto término se puede encontrar partiendo del razonamiento de Sandra pero planteándolo de la siguiente forma:

Queso	Harina
3	2
12	$\boxed{?}$

El producto de los números extremos es igual al producto de los otros 2, por lo que se resuelve:

$$\boxed{?} = \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

A esta forma de planteamiento y resolución se le llama **regla de tres**.

5. Encuentra en tu cuaderno el valor del cuarto término.

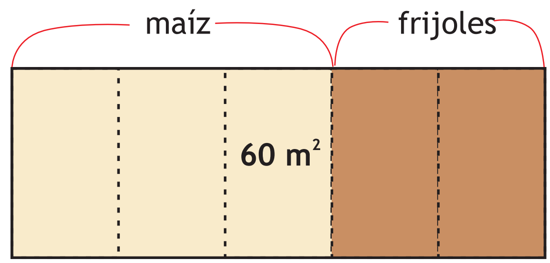
a) $15 : 10 = \boxed{?} : 2$ b) $5 : 7.5 = 4 : \boxed{?}$

c) $3 : \boxed{?} = 2 : 5$ d) $\boxed{?} : 15 = \frac{2}{3} : 4$

E. La escuela de Diego tiene un terreno para el huerto escolar de 60 m^2. Diego y sus amigos quieren sembrar maíz y frijol. Si la razón del terreno de maíz con respecto al de frijol es 3 : 2 ¿en cuántos m^2 del terreno se sembrará maíz?

E1. Encuentra el número de partes iguales en que se divide el terreno, para establecer la razón.

PO: 3 + 2 = 5
R: 5 partes iguales



Se puede encontrar la cantidad total por razón, sumando los dos valores dados.

E2. Piensa en cómo encontrar el área a sembrar de cada grano.

Rosa

El terreno para maíz ocupa $\frac{3}{5}$ de todo el terreno.

PO: $= 60 \times \frac{3}{5} = 36$
R: 36 m^2

Manuel

Los 60 m^2 están divididos en 5 partes y quiero saber el área de 3 de las 5 partes.
Puedo utilizar la proporción.
$5 : 3 = 60 : \boxed{?}$
Aplico la regla de tres.

Partes	m^2
5	60
3	?

$\frac{3 \times 60}{5} = 36$

R: 36 m^2

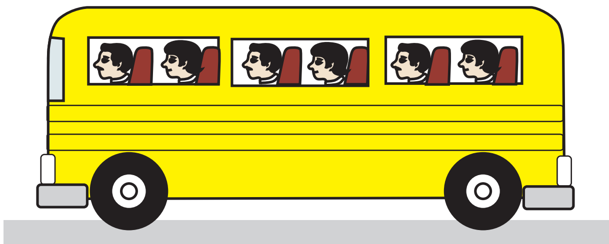
6. Resuelve en tu cuaderno.

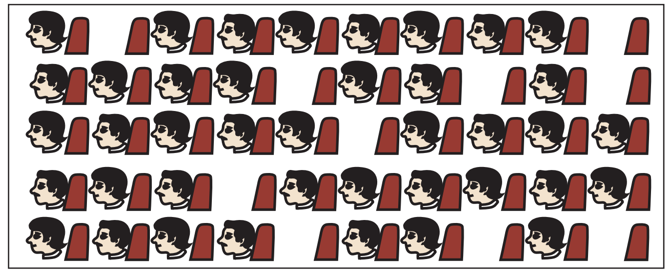
a) En la sección de Marisol hay 39 niños y niñas. La proporción del número de niños al de niñas es 7 : 6. ¿Cuántos niños hay en la sección? ¿Cuántas son niñas?

b) En la pupusería de Doña Olga vendieron ayer 150 pupusas. La cantidad de pupusas de maíz vendida fue 2 veces más que la de pupusas de arroz. ¿Cuántas pupusas de arroz vendieron ayer?

Lección 2 | Encontremos porcentajes

A. En este bus hay 40 pasajeros sentados y hay 10 asientos sin pasajero.





A1. Encuentra el número de asientos para pasajeros que tiene el bus.

PO: 40 + 10 = 50
R: 50 asientos

A2. Escribe la razón geométrica entre el número de pasajeros y el total de asientos.

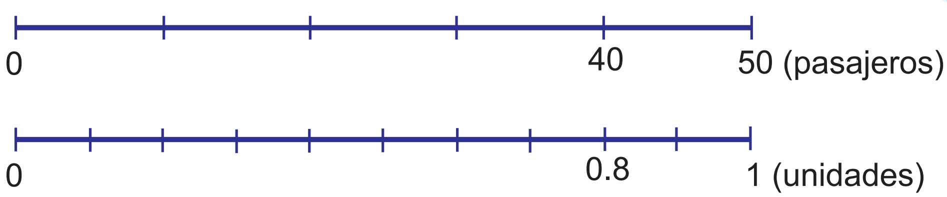
$$\frac{4}{5}$$

A3. Escribe la proporción considerando el total de asientos como unidad.
Encuentra el término que falta.

$$40 : 50 = \boxed{?} : 1$$

$$\boxed{?} = \frac{40 \times 1}{50} = \frac{40}{50} = 0.8$$

Este 0.8 significa el valor del número de los pasajeros si la cantidad de asientos se considera como una unidad.



Si el resultado obtenido se multiplica por 100 encontramos el **porcentaje** de asientos ocupados y al número obtenido le agregamos el símbolo **%** que se lee **por ciento**.

80 % indica el porcentaje de los asientos que están ocupados.

A4. Encuentra el porcentaje de asientos disponibles en relación al total de asientos.

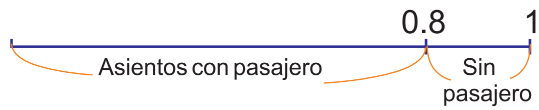
Natalia

Dividiendo el número de asientos sin pasajero entre el total.

PO: 10 ÷ 50 x 100 = 0.2 x 100 = 20
R: 20 %

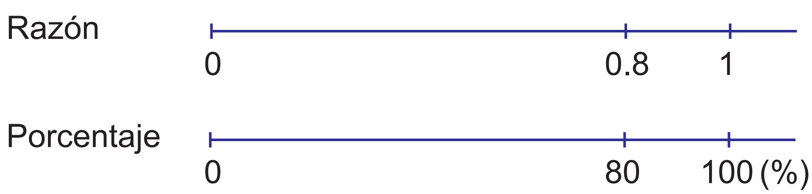
Pedro

Restando de la razón entre el número de pasajeros y de asientos.



PO: (1 – 0.8) x 100 = 0.2 x 100 = 20
R: 20 %

El porcentaje es una expresión en que el consecuente o la totalidad es el 100 %, y la razón geométrica una parte de ese 100 %.



También se puede plantear como una regla de tres.

Asientos	%
50	100
10	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{10 \times \cancel{100}^{\,2}}{\cancel{50}_{\,1}} = 20$$

A5. ¿Qué porcentaje de 60 es 15?

PO: 15 ÷ 60 x 100 = 0.25 x 100 = 25 %
R: 15 es el 25 % de 60.

Resuelve en tu cuaderno.

1. Expresa en porcentaje.

a) 0.5 b) 0.7 c) 0.23 d) 0.05

2. Escribe los siguientes porcentajes como números decimales.

a) 30 % b) 90 % c) 45 % d) 7 %

3. Si en un parque hay 40 asientos y 25 personas sentadas.
a) ¿Qué porcentaje de asientos están ocupados?
b) ¿Qué porcentaje de asientos están disponibles?

B. Diego y sus amigos han hecho un estudio del tipo de vehículos en que los estudiantes y maestros de 6º grado llegan a la escuela.

Vehículos	Número de vehículos
Bicicletas	14
Motocicletas	28
Carros	21
Buses	77
Total	140

B1. Piensa cómo encontrar el porcentaje del número de bicicletas.

Delmy

La razón entre el número de bicicletas y el total es:
14 : 140 = 0.1
Convierto en %, multiplicando por 100.
0.1 x 100 = 10

R: 10%

Alfredo

El total es 140 y corresponde al 100%. Puedo utilizar la regla de tres porque conozco 3 términos.

Vehículos	%
140 ——	100
14 ——	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times 10\cancel{0}}{\underset{1}{\cancel{14}\cancel{0}}} = 10$$

R: 10%

El porcentaje de un dato se encuentra dividiendo el número del dato entre el total y multiplicando por 100.

$$\% = \frac{\text{Dato}}{\text{Total}} \times 100$$

4. Encuentra en tu cuaderno, el porcentaje de los otros vehículos.

B2. Comprueba si el total de todos los porcentajes es 100 % .

Resuelve en tu cuaderno.

5. Si en tu grado hay 24 niñas y 16 niños matriculados. Encuentra el porcentaje de niños y el porcentaje de niñas en relación al total.

C. Cada bus tiene capacidad para 50 pasajeros sentados.

C1. ¿Qué porcentaje de asientos disponibles hay en el bus de la ruta 34?

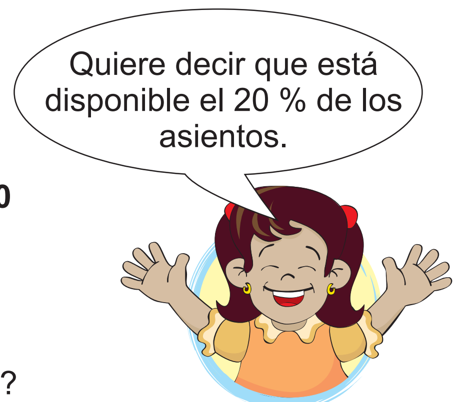
$\frac{40}{50}$

R: 20 %

50 - 40 = 10 asientos disponibles

PO: 10 ÷ 50 x 100 = 20

R: 20 %



C2. ¿A qué número de asientos corresponde el 40 % de la Ruta 6?

Karla

Para obtener el porcentaje dividí entre 50 y multipliqué por 100. Para obtener el número de asientos multiplico por 50 y divido entre 100.

PO: $\frac{40 \times 50}{100} = 20$

R: 20 asientos disponibles.

René

Utilizo la regla de tres.

%	Asientos
100	50
40	$\boxed{?}$

$\boxed{?} = \frac{40 \times \overset{1}{\cancel{50}}}{\cancel{100}} = 20$

R: 20 asientos disponibles.

Cuando se conoce la cantidad total y el porcentaje, se puede encontrar otra cantidad dividiendo entre 100.

$$\text{Dato} = \frac{\text{Total} \times \%}{100}$$

6. Encuentra la cantidad en tu cuaderno.

a) 20 % de 50 manzanas

b) 68 % de 250 cuadernos

c) 10.5 % de 70

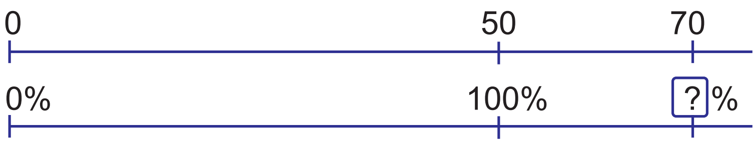
d) 34 % de 180

Resuelve en tu cuaderno.

7. Isidro pesa 85 libras y quiere subir el 4 % de su peso. ¿Cuántas libras debe subir?

C3. ¿Qué porcentaje de personas hay con respecto al número de asientos del bus de la ruta 101?

El bus cuenta con 50 asientos, pero hay 70 pasajeros. Hay sobrecarga de pasajeros.



PO: $\mathbf{\frac{70}{50} \times 100 = 140}$

R: 140 %

Como hay más pasajeros que asientos, el porcentaje también es mayor que 100.

C4. ¿Qué porcentaje de sobrecarga de personas hay?

PO: 140 – 100 = 40

R: 40 %

C5. Encuentra el número de pasajeros sin asiento. Calcula utilizando el por ciento.

%	Pasajeros
100	50
40	?

PO: $\mathbf{\frac{40 \times 50}{100} = \frac{2000}{100} = 20}$

R: 20 pasajeros

No utilices la resta, encuentra primero el porcentaje de sobrecarga.

Resuelve en tu cuaderno.

8. Encuentra la cantidad.

a) 140 % de 50   b) 210 % de 64

9. El cine de la ciudad tiene capacidad para 250 personas; el día miércoles entraron 100 personas y el día domingo 200. Encuentra qué porcentaje de su capacidad se utilizó en cada día.

Ejercicios

Trabaja en tu cuaderno.

1. Escribe la razón como se indica en el paréntesis.

a) 3 : 4 (fracción) b) 12 : 4 (fracción)

c) 5.4 : 7.2 (números naturales) d) $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$ (números naturales)

2. Simplifica las siguientes razones.

a) 18 : 12 b) 39 : 10.5 c) 54 : 7.2 d) $1\frac{3}{4} : 1\frac{1}{6}$

3. Encuentra el número $\boxed{?}$.

a) $5 : 2 = 20 : \boxed{?}$ b) $4.5 : \boxed{?} = 7.5 : 12$

c) $\boxed{?} : 11.2 = 1.5 : 2.4$ d) $3 : \frac{4}{5} = 3.5 : \boxed{?}$

4. Resuelve.

En la fábrica se elaboran 210 camisas entre rojas y azules. La cantidad de camisas rojas es el doble que la de azules. ¿Cuántas camisas rojas elaboraron ?

5. Completa la tabla siguiente.

Producto	Número	Por ciento
Libros	18	
Cuadernos		15
Colores	3	
Bolsón		35
Varios	9	
Total	60	100

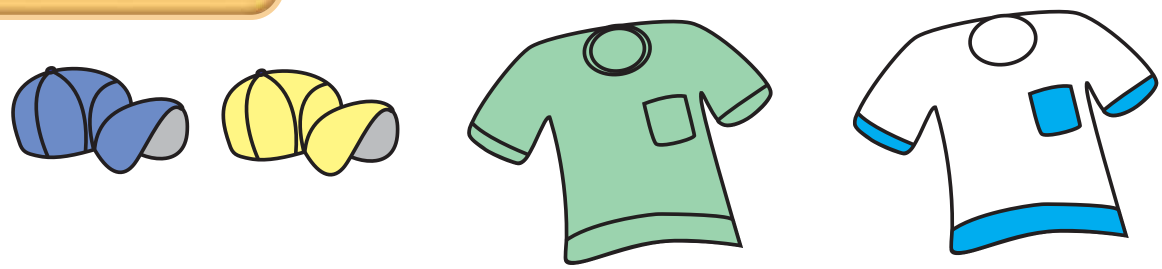
6. Ernesto está leyendo un libro que tiene 340 páginas. Hasta hoy leyó el 65 % del libro. ¿Cuántas páginas ha leído?

Segundo Trimestre

Unidad 4

Experimentemos jugando

Recordemos



Nico tiene 2 gorras y 2 camisas, ayúdale a encontrar todas las formas de combinarlas. Hazlo por medio de un diagrama de árbol.

Lección 1 Identifiquemos la ocurrecia de eventos

A. Tony juega a lanzar una moneda de 25 centavos.

A1. ¿Cuántos son los posibles resultados?

R: 2 resultados

¿Cuáles son?

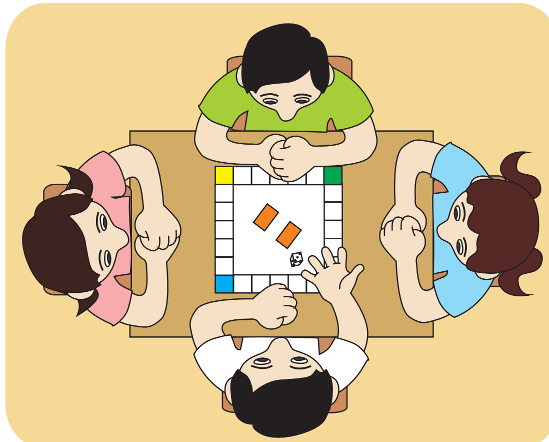
R: Cara y águila

A2. ¿Qué lado de la moneda será visible al caer?

¿Podemos asegurarlo?

Cuando no podemos asegurar cual es el resultado, decimos que es un **experimento aleatorio**.

B. Flor y sus amigos juegan “Monopolio” y deben lanzar un dado para saber quién inicia el juego.



B1. Contesta.

a) ¿Cuántos son los posibles resultados al lanzar una vez el dado?

R: 6 resultados

b) ¿Qué números podemos obtener al lanzar el dado?

R: Podemos obtener 1, 2, 3, 4, 5, 6

c) ¿Cuántos resultados pares podemos obtener?

R: 3 resultados, estos son 2, 4 y 6

d) ¿Cuántos resultados impares podemos obtener?

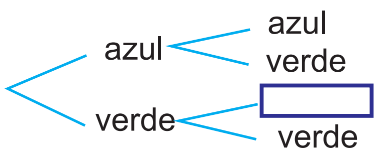
R: 3 resultados, estos son 1, 3 y 5

e) Si Flor lanzó el dado y obtuvo 5, ¿cuántos resultados mayores pueden ganarle?

R: 1 resultado

A los resultados en un experimento aleatorio se les llaman “**sucesos posibles**”.

C. Don David tiene una bolsa con chibolas azules y verdes. Èl quiere regalarle 2 a su nieto Juan. Si las saca de la bolsa sin verlas ¿de qué color serán las chibolas?



C1. Contesta.

a) ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 3 sucesos posibles

2 azules, 1 azul y 1 verde, 2 verdes

b) ¿En cuántos de los sucesos posibles, las chibolas son del mismo color?

R: En 2 sucesos posibles

azul - azul y verde - verde

c) ¿En cuántos sucesos posibles son de diferente color?

R: En 1 suceso posible azul - verde

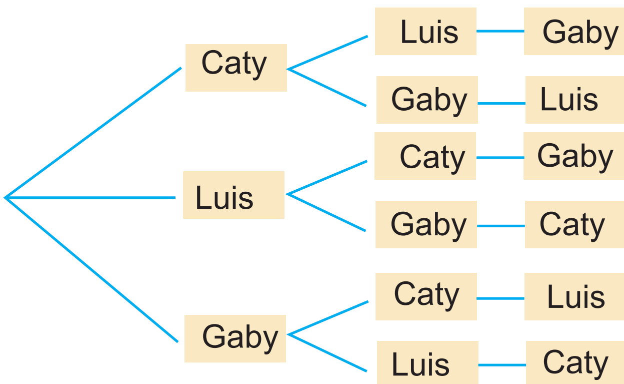
C2. ¿Cuántos son los sucesos posibles si le regala 3 chibolas?

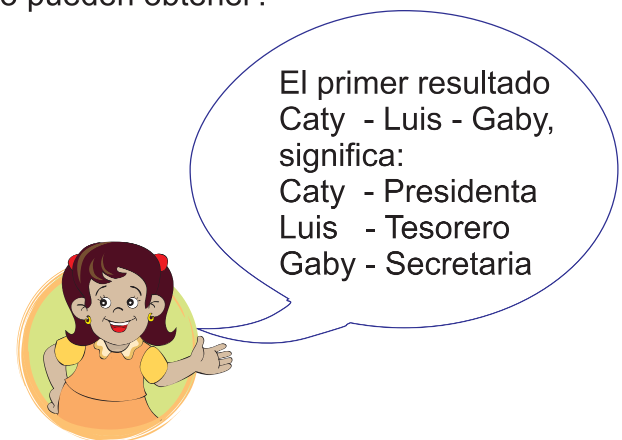
R: 4 Sucesos posibles

3 Azules, 2 azules y 1 verde, 1 azul y 2 verdes, 3 verdes.

1. Con tus compañeros y compañeras, en equipo, escribe una situación con 3 ó 4 sucesos posibles.

D. Los alumnos y las alumnas de 6° grado, eligieron a Caty, Luis y Gaby para formar la directiva del grado.
El niño o la niña que obtenga mayor puntaje ocupará la presidencia, el segundo la tesorería y el tercero la secretaría. ¿Qué puesto pueden obtener?





Presidencia Tesorería Secretaría

D1. ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 6 sucesos posibles

D2. ¿En cuántos sucesos posibles Caty aparece como presidenta?

R: En 2 sucesos

Caty	-	**Luis**	-	**Gaby**
Caty	-	**Gaby**	-	**Luis**
Presidenta				

D3. ¿En cuántos sucesos Luis aparece como tesorero?

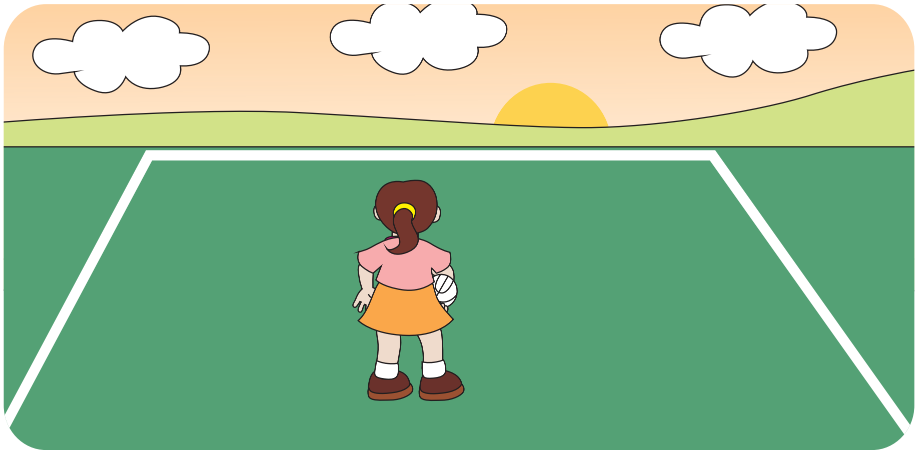
R: En 2 sucesos

Caty	-	**Luis**	-	**Gaby**
Gaby	-	**Luis**	-	**Caty**
		Tesorero		

Cuando se establece una condición al suceso, al resultado le llamamos **suceso favorable**.
En D2 y D3 tenemos 2 sucesos favorables de los 6 sucesos posibles.

Lección 2 Interpretemos la ocurrencia de un evento

A. Mima y sus compañeras jugarán un partido de fútbol.



A1. Contesta

a) ¿Cuáles son los sucesos posibles?

R: 1 - Que ganen el partido
2 - Que empaten el partido
3 - Que pierdan el partido

b) ¿Cuántos sucesos posibles hay en el juego de fútbol?

R: 3 sucesos posibles

c) ¿Será para Mima posible predecir el resultado?

¿Por qué?

R: No puede predecirlo, hay 3 resultados posibles.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que gane?

R: 1 de 3

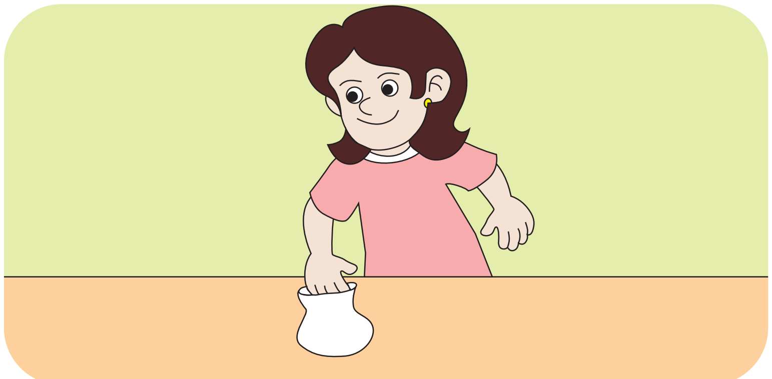
A2. Si el equipo gana el torneo al ganar o empatar este partido ¿cuántos sucesos favorables hay?

R: 2 sucesos favorables

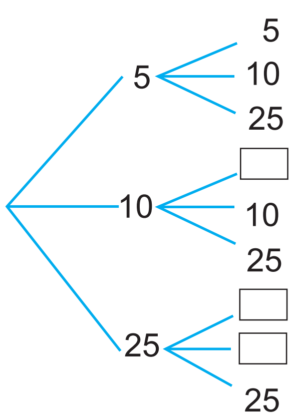
A3. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el torneo?

R: 2 de 3 posibilidades

B. Geraldina tiene en su bolsa 2 monedas de 5 centavos, 2 de 10 centavos y 2 de 25 centavos. Ella saca de su bolsa 2 monedas simultáneamente. ¿Qué cantidad de dinero extrajo?



B1. Elabora un diagrama de árbol para encontrar todos los sucesos posibles.



5 + 5 = 10
5 + 10 = 15
5 + 25 = 30
10 + 5 = 15
10 + 10 = 20
10 + 25 = 35
25 + 5 = 30
25 + 10 = 35
25 + 25 = 50

B2. ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 6 sucesos que son 10, 15, 20, 30, 35 y 50

B3. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 30 centavos?

R: 1 de 6 posibilidades

La probabilidad se obtiene al dividir los casos favorables entre los casos posibles.

$$\text{La probabilidad} = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

La probabilidad de obtener 30¢ es $\frac{1}{6}$.

B4. ¿Cuál es la probabilidad de que Geraldina obtenga 50¢?

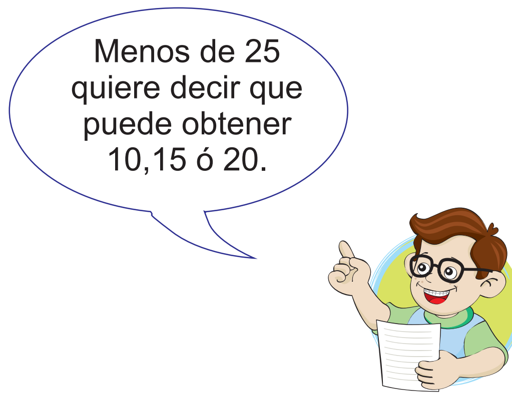
$$1 \text{ de } 6 = \frac{1}{6}$$

R: La probabilidad es $\frac{1}{6}$

B5. ¿Cuál es la probabilidad que obtenga menos de 25¢?

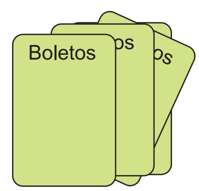
$$3 \text{ de } 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

R: La probabilidad es $\frac{1}{2}$



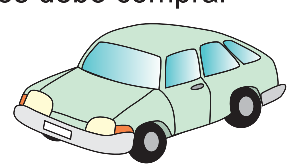
1. Resuelve en tu cuaderno

a) Diego compró un número para una rifa.
Si la rifa contiene 20 números, ¿cuál es la probabilidad de que Diego gane?

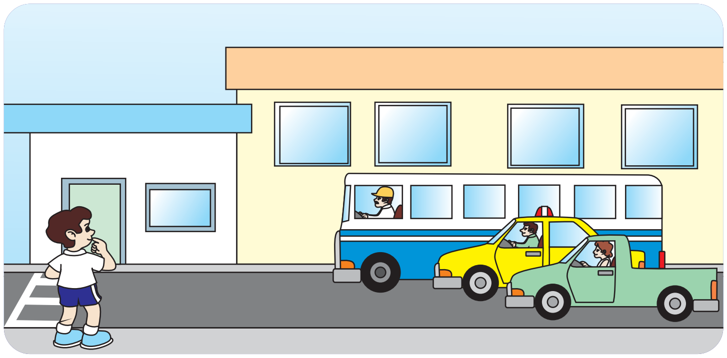


Intentémoslo

En la rifa de un vehículo se venderán 210 boletos. ¿Cuántos debo comprar para que mi probabilidad de ganar sea $\frac{1}{3}$?

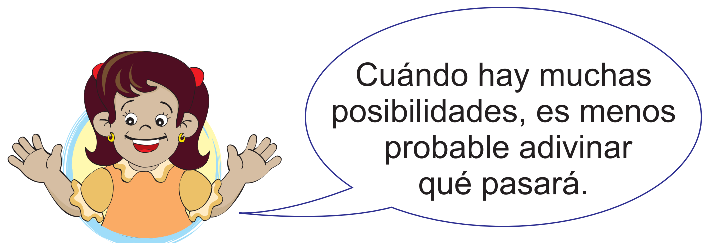


C. Juan y sus amigos observan el tráfico en una calle de su colonia.



C1. Podrían adivinar ¿qué tipo de vehículo pasará cada minuto?

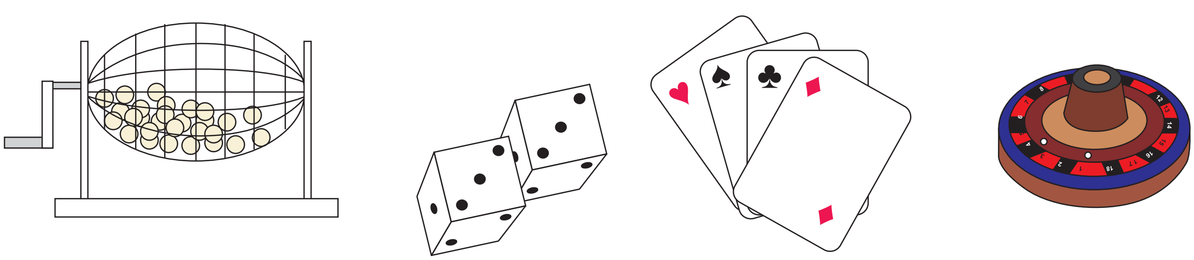
¿Por qué?



Cuando no es posible determinar con exactitud un resultado; estamos hablando del **"azar".**

2. Describe 2 sucesos cotidianos en los que intervenga el azar.

Sabías que...



En los juegos de lotería, naipes, ruleta, dados, etc., las posibilidades de ganar son muy remotas; ya que es extremadamente difícil predecir un resultado, y de ahí la expresión que alguien tiene "buena suerte".

Unidad 5

Calculemos áreas

Recordemos

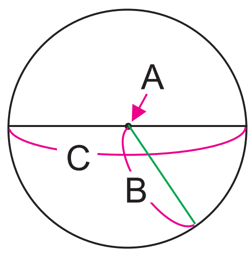
Trabaja en tu cuaderno.

1. Calcula el perímetro de los siguientes polígonos regulares.

a) Un octágono cuyo lado mide 5 cm

b) Un decágono cuyo lado mide 2 cm

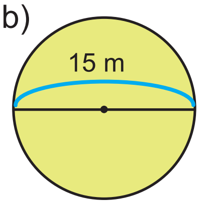
2. Di los elementos de la circunferencia señaladas con las letras A, B, C.



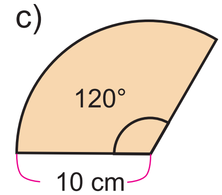
3. Calcula la longitud de la circunferencia de las siguientes figuras.

a) Un círculo cuyo radio mide 5 cm

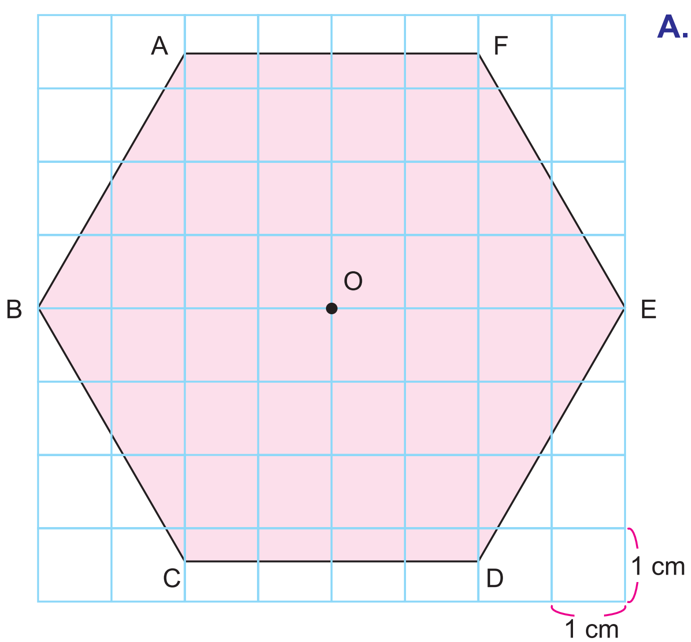
b)



c)



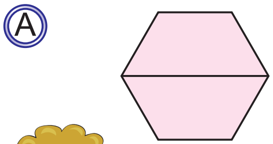
Lección 1 Calculemos el área de polígonos regulares



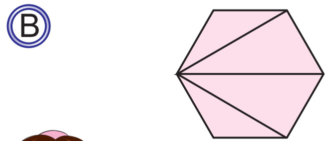
A. Elena quiere decorar la pared de su casa usando mosaicos de forma hexagonal.

Para calcular aproximadamente cuántos mosaicos necesita pegar en la pared, ella quiere saber el área de un mosaico en forma de hexágono regular.

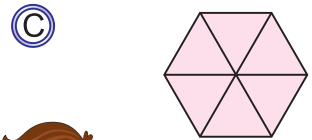
A1. Piensa en alguna forma para encontrar su área.




Dividiendo en dos trapecios...

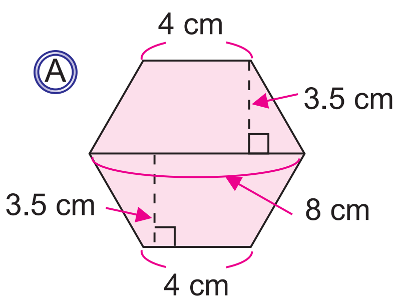



Dividiendo en cuatro triángulos...



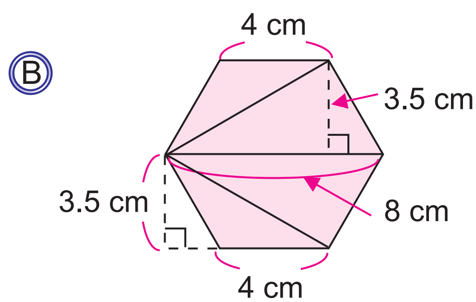

Dividiendo en seis triángulos congruentes entre sí.

A2. Mide las longitudes necesarias y encuentra el área de este hexágono regular usando la forma que prefieras.



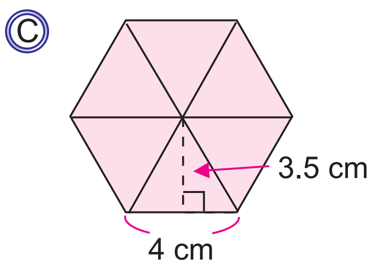
PO: (4 + 8) x 3.5 ÷ 2 x 2 = 42

R: 42 cm²



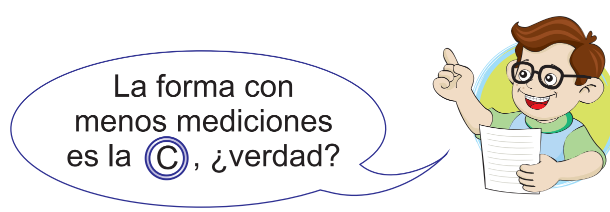
PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 2 = 14
8 x 3.5 ÷ 2 x 2 = 28
14 + 28 = 42

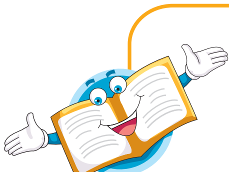
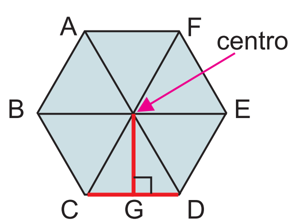
R: 42 cm²



PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 6 = 42

R: 42 cm²



Para encontrar el área del hexágono regular ABCDEF, se usa la longitud de CD y OG.
El punto O se llama **centro** del polígono regular.
OG es la altura de cada uno de los triángulos iguales con su base en cada lado del polígono.

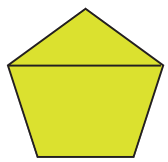
B. Tobías hizo un diseño simbólico para la actividad del día del árbol.

Este diseño tiene la forma de pentágono regular como el de la derecha.

¿Cuánto mide el área de este pentágono?

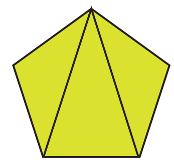
B1. Piensa en alguna forma para encontrar su área.

A



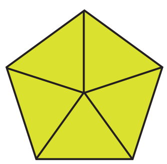
Dividiendo en un triángulo y un trapecio...

B



Dividiendo en tres triángulos...

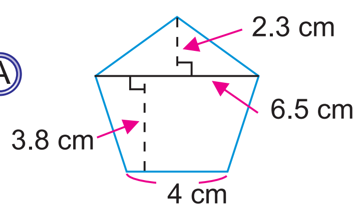
C



Dividiendo en cinco triángulos congruentes entre sí

B2. Mide las longitudes necesarias y encuentra el área de este pentágono regular usando la forma que prefieras.

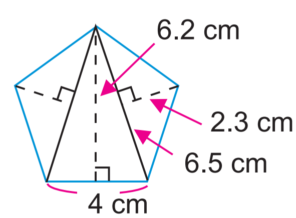
A



PO: 6.5 x 2.3 ÷ 2 = 7.475
(4 + 6.5) x 3.8 ÷ 2 = 19.95
7.475 + 19.95 = 27.425

R: 27.425 cm^2

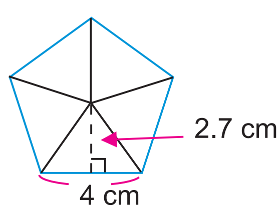
B



PO: 4 x 6.2 ÷ 2 = 12.4
6.5 x 2.3 ÷ 2 x 2 = 14.95
12.4 + 14.95 = 27.35

R: 27.35 cm^2

C

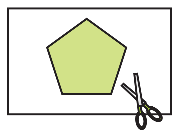


PO: 4 x 2.7 ÷ 2 x 5 = 27

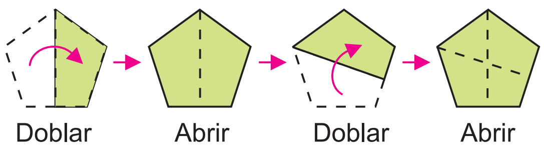
R: 27 cm^2

B3. Encuentra el centro del pentágono regular y comprueba si los cinco triángulos de la forma Ⓒ son congruentes entre sí.

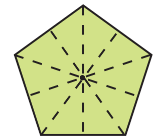
a) Calca en el papel el pentágono de Tobías y recórtarlo.



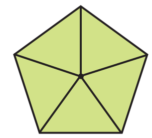
b) Dóblalo por la mitad de modo que ambas partes se sobrepongan, repitiendo la operación varias veces.



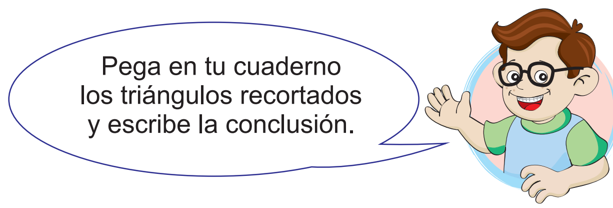
c) El punto en el que se cruzan los pliegues es el centro del pentágono.



d) Traza la línea uniendo el centro con cada vértice.



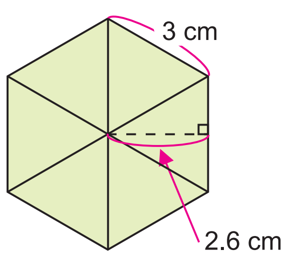
e) Recorta y sobrepón los triángulos para comparar que son congruentes.



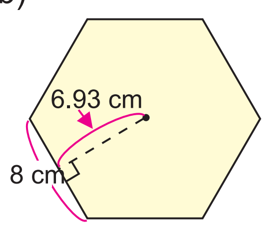
Al igual que en el caso del hexágono regular, al dividir un pentágono regular con segmentos que van del centro a cada vértice, se forman triángulos congruentes entre sí. (Triángulos isósceles)

1. Encuentra el área de los siguientes hexágonos y pentágonos regulares dividiéndolos en triángulos congruntes entre sí.

a)

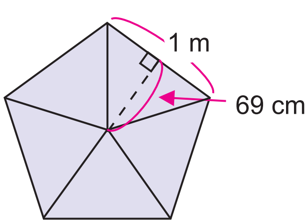


b)

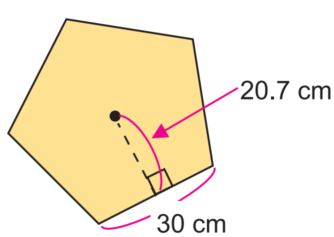


c) Un hexágono regular cuyos lados miden 6 cm y la altura de cada uno de los triángulos mide 5.2 cm.

d)



e)

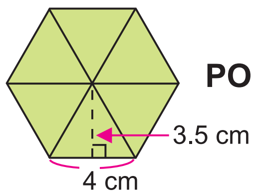


f) Un pentágono regular cuyos lados miden 6 cm y la altura de los triángulos mide 1.4 cm.

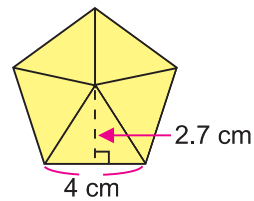
C. Vamos a deducir la fórmula para encontrar el área de polígonos regulares.

C1. ¿Cuál fue la forma que se aplicó para encontrar el área de hexágonos y pentágonos regulares?

R: Dividiendo el polígono regular en triángulos congruentes.



PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 6



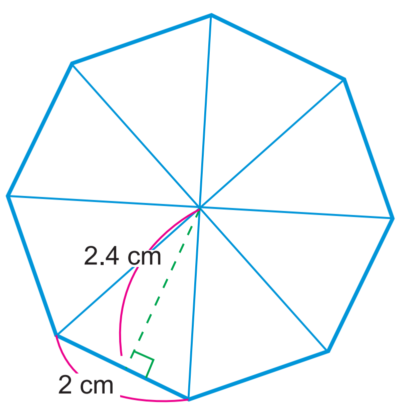
PO: 4 x 2.7 ÷ 2 x 5

C2. Represента el PO con palabras para obtener la fórmula.

Hexágono	4	x	3.5	÷	2	x	6
Pentágono	4	x	2.7	÷	2	x	5
	Base del triángulo		Altura del triángulo				Número de lados

¿Sabes que la altura de uno de los triángulos de un polígono regular se llama **apotema**?

La fórmula para encontrar el área de polígonos regulares es:
base del triángulo x altura del triángulo ÷ 2 x número de lados



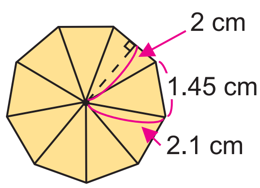
C3. Encuentra el área del siguiente octágono regular usando la fórmula.

PO: 2 x 2.4 ÷ 2 x 8 = 19.2

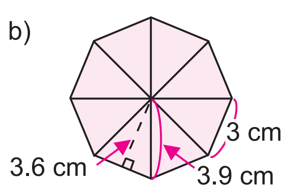
R: 19.2 cm²

2. Encuentra el área de los siguientes polígonos regulares dividiéndolos en triángulos congruentes.

a)



b)



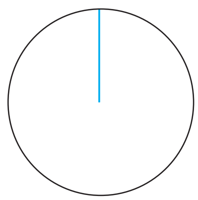
c) Un decágono regular cuyos lados y alturas miden 3 m y 4.6 m respectivamente.

Ejercicios

Construye polígonos regulares.

1. Piensa cómo construir un hexágono regular.

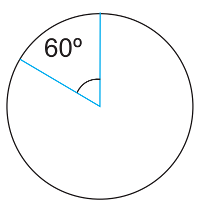
a) Dibuja un círculo y traza un radio.



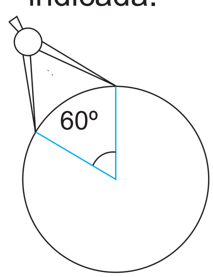
b) Divide los 360° del círculo en 6 partes para repartir el círculo en 6 sectores iguales.

PO: 360 ÷ 6 = 60
R: 60º

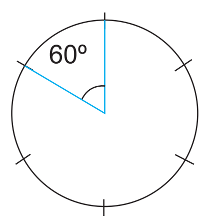
c) Mide el ángulo de 60° y márcalo.



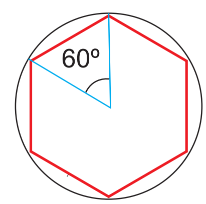
d) Da al compás la abertura indicada.



e) Marca con el compás los otros vértices.

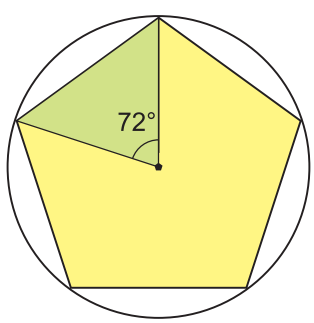


f) Une los vértices.



2. Piensa cómo construir un pentágono regular.

¿Cuántos grados mide cada uno de 5 sectores iguales en el círculo?

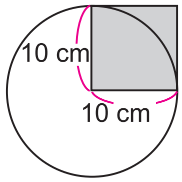


PO: 360 ÷ 5 = 72
R: 72º

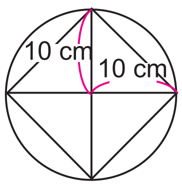
Lección 2 | Calculemos el área de círculos

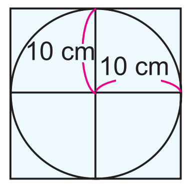
A. Iván hizo una tabla circular cuyo radio mide 10 cm para colocar una olla sobre ella en la mesa. ¿Cuánto mide el área de esta tabla?

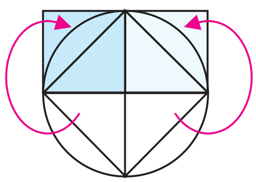
A1. Estima el área del círculo comparando con el área del cuadrado cuyo lado mide igual al radio.



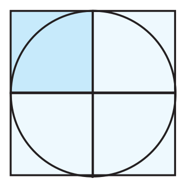
Sustituye el (?) por un número correspondiente.





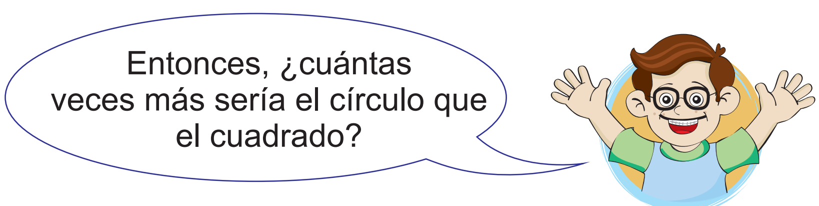


El área del círculo es mayor que (?) veces ▢ .

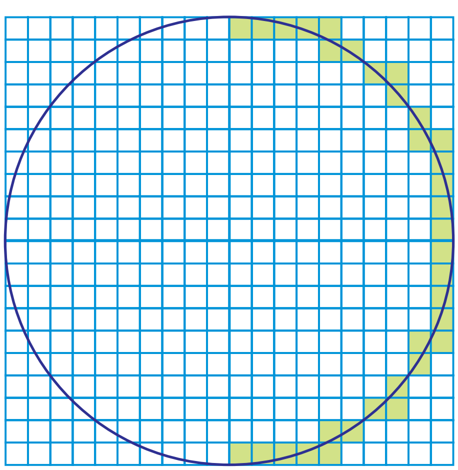


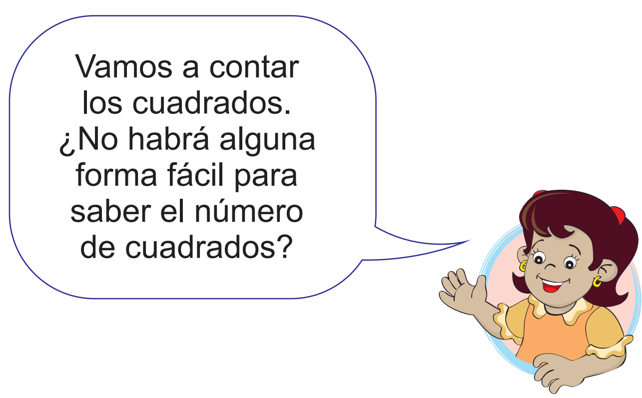
El área del círculo es menor que (?) veces ▢ .

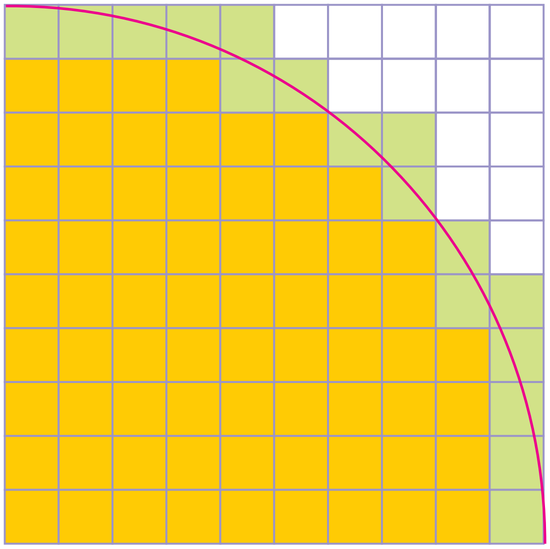
Se puede estimar que el área de un círculo es mayor que dos veces la de un cuadrado cuyo lado mide igual al radio, y es menor que cuatro veces la del mismo.



A2. Encuentra el área aproximada de este círculo usando la cuadrícula. Toma el lado de cada cuadro como 1cm.





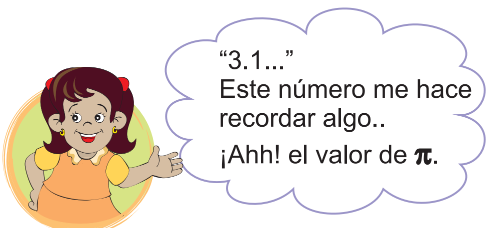


Es eficiente contar los cuadrados de $\frac{1}{4}$ del círculo y multiplicar por 4 para encontrar el total.

... 69 ... 17

PO: $69 + 17 \div 2 = 77.5$
$77.5 \times 4 = 310$

R: 310 cm^2 aproximadamente



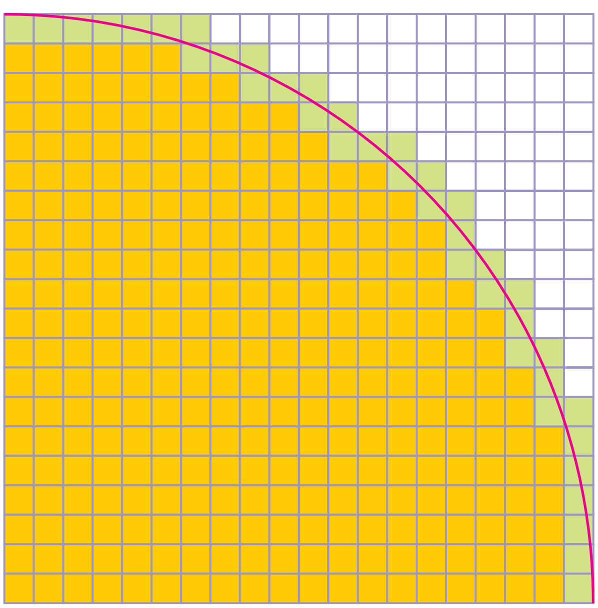
A3. ¿Cuántas veces más sería el área del círculo que la del cuadrado cuyo lado mide igual al radio?

PO: $10 \times 10 = 100$ $310 \div 100 = 3.1$

R: El área de un círculo es aproximadamente 3.1 veces más grande que el área de un cuadrado cuyo lado es el radio del círculo.

¡Intentémoslo!

Vamos a encontrar el área aproximada del círculo anterior pero tomando el lado de cada cuadrado de 0.5 cm.



Dibuja $\frac{1}{4}$ del círculo con 20 cuadrados por lado, como el radio.

Encuentra el área aproximada del círculo.

... 292 ... 39

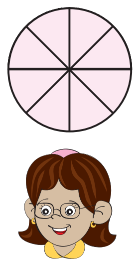
PO: $292 + 39 \div 2 = 311.5$
$0.25 \times 311.5 = 77.875$
$77.875 \times 4 = 311.5$

R: 311.5 cm^2 aproximadamente

B. Vamos a pensar en la forma para encontrar el área de círculos.

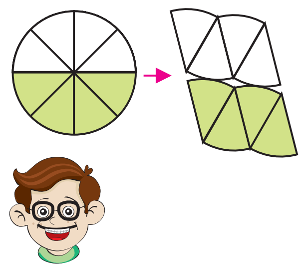
B1. Construye un círculo de papel y piensa en la forma para encontrar su área, recortando y transformándolo.

A



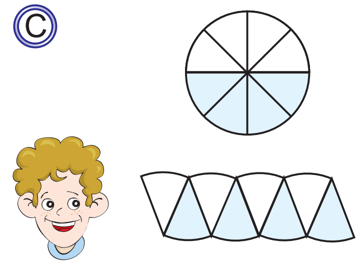
Aproximando el área de un sector con la de un triángulo...

B



Colocando como un romboide...

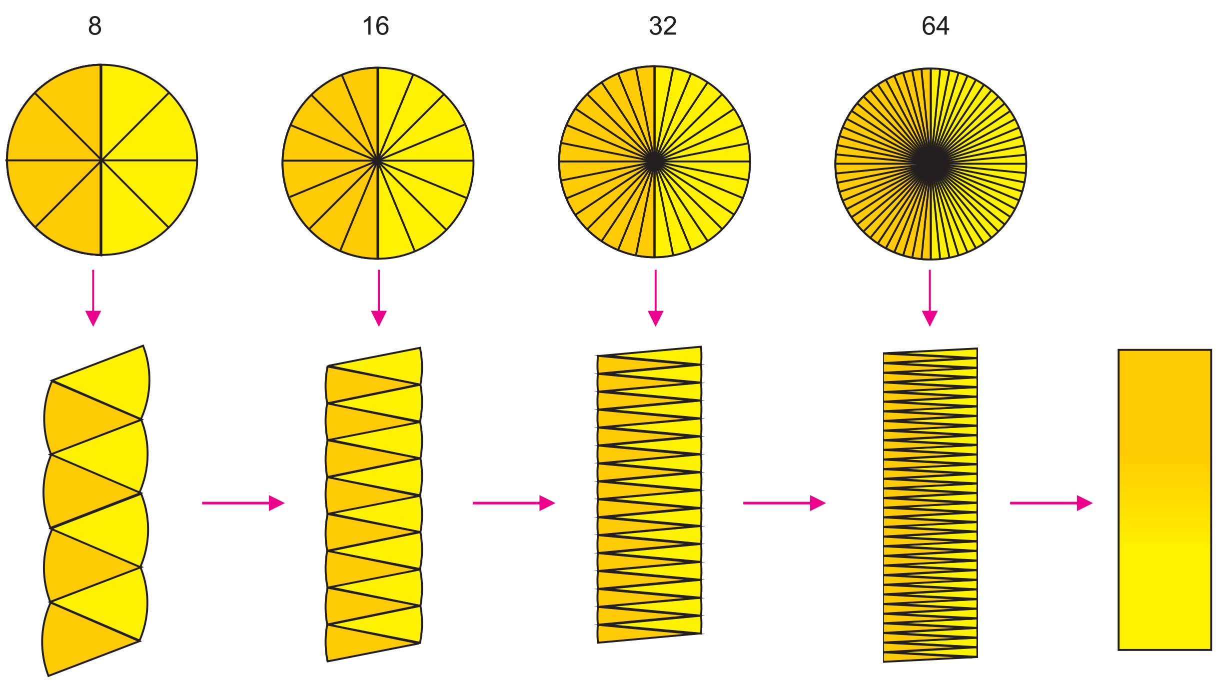
C



Colocando como un romboide...

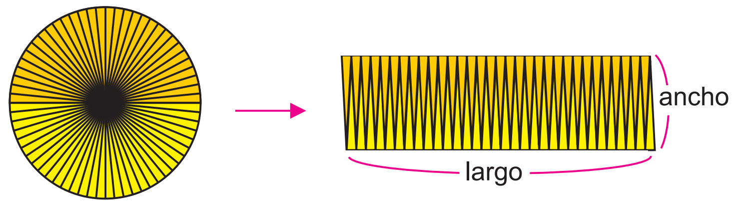
Hemos deducido las fórmulas del área de figuras transformándolas a otras cuya fórmula es conocida, ¿verdad?

B2. Observa la transformación en la forma C con los círculos divididos en 8, 16, 32 y 64 sectores. Cuanto más se divida el círculo, ¿a qué figura se parece más?

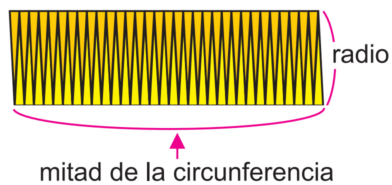


Cuanto más se divida un círculo, la figura compuesta por los sectores se aproximará a un rectángulo.

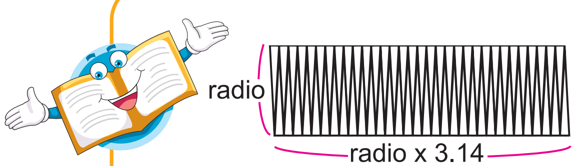
B3. ¿Con qué longitud del círculo coincide la longitud del largo y ancho del rectángulo?



El ancho del rectángulo coincide con el radio del círculo. El largo del rectángulo coincide con la mitad de la longitud de la circunferencia.



B4. Deduce la fórmula para encontrar el área del círculo.

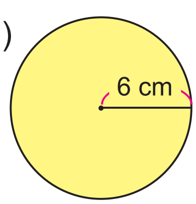


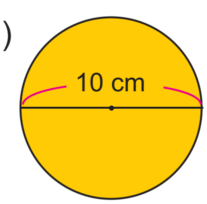
La longitud de la mitad de la circunferencia se encuentra por “diámetro x 3.14 ÷ 2”, y es igual a “radio x 3.14”.
Entonces, la fórmula del área del círculo es:

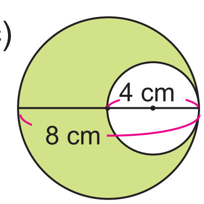
radio x radio x π

B5. Calcula el área del círculo cuyo radio mide 10 cm y compara el resultado con el área aproximada.

1. Calcula el área de las siguientes partes pintadas.

a) 

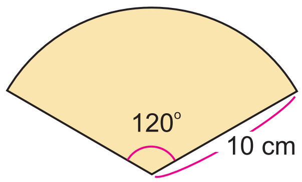
b) 

c) 

2. Encuentra el radio y el área de los círculos cuyas circunferencias tienen las siguientes medidas.

a) 62.8 cm b) 12.65 cm c) 47.1 cm

C. Un abanico que construyó Carolina tiene el tamaño representado.



¿Cuántos cm^2 mide su área?

Redondea la respuesta hasta las centésimas.

C1. Piensa cómo encontrar el área del sector del abanico.

El área del sector se encuentra dividiendo el área del círculo en ciertas partes.

a) Encuentra el área del círculo entero............................... 10 x 10 x 3.14 = 314

b) Encuentra en cuántas partes está dividido el círculo para este sector, utilizando el ángulo central.. 360 ÷ 120 = 3

Al igual que el perímetro de un sector, hay que dividir el círculo para encontrar su área.

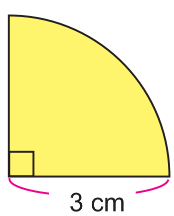
c) Encuentra el área del sector.. 314 ÷ 3 = 104.666...

PO: 10 x 10 x 3.14 ÷ 3 = 104.666

R:104.67 cm^2 aproximadamente

3. Encuentra el área de los siguientes sectores.
Redondea la respuesta hasta las centésimas según la necesidad.

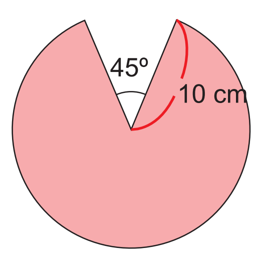
a)



b) Un sector cuyo ángulo central mide 60º y su radio de 5 cm

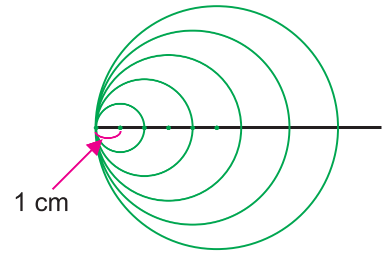
c) Un semicírculo cuyo radio mide 4 cm

d)



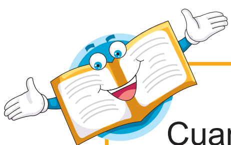
D. Vamos a investigar la relación entre el radio, la circunferencia y el área del círculo.

D1. Cuando el radio cambia,
¿cómo cambia la circunferencia?
¿Cómo cambia el área?



Radio	1	2	3	4	5	6	7
Circunferencia (cm)	6.28	12.56	18.84	25.12	31.4	37.68	43.96
Área (cm^2)	3.14	12.56	28.26	50.24	78.5	113.04	153.86

D2. Observa la tabla y comenta.



Cuando el radio es dos veces más,
la circunferencia también es dos veces más.
Si el radio es tres veces más
la circunferencia es tres veces más,...

x 3
x 2

Radio (cm)	2	4	6
Circunferencia(cm)	12.56	25.12	37.68

x 2
x 3

Cuando el radio es dos veces más,
el área es cuatro veces más. Si el radio
es tres veces más, el área es nueve
veces más,...

x 3
x 2

Radio (cm)	2	4	6
Área (cm^2)	12.56	50.24	113.04

x 4
x 9

4. Contesta las siguientes preguntas en tu cuaderno.

a) Cuando el radio es cuatro veces más, ¿cuántas veces más es la circunferencia?

b) Cuando el radio es cuatro veces más, ¿cuántas veces más es el área?

c) La circunferencia del círculo A mide 18.84 cm. Si se dibuja otro círculo B con un radio que es la mitad del círculo A, ¿cuánto mide su circunferencia?

d) El área del círculo C mide 50.24 cm^2. El radio del círculo D es dos veces más que el C. ¿Cuánto mide el área del círculo D?